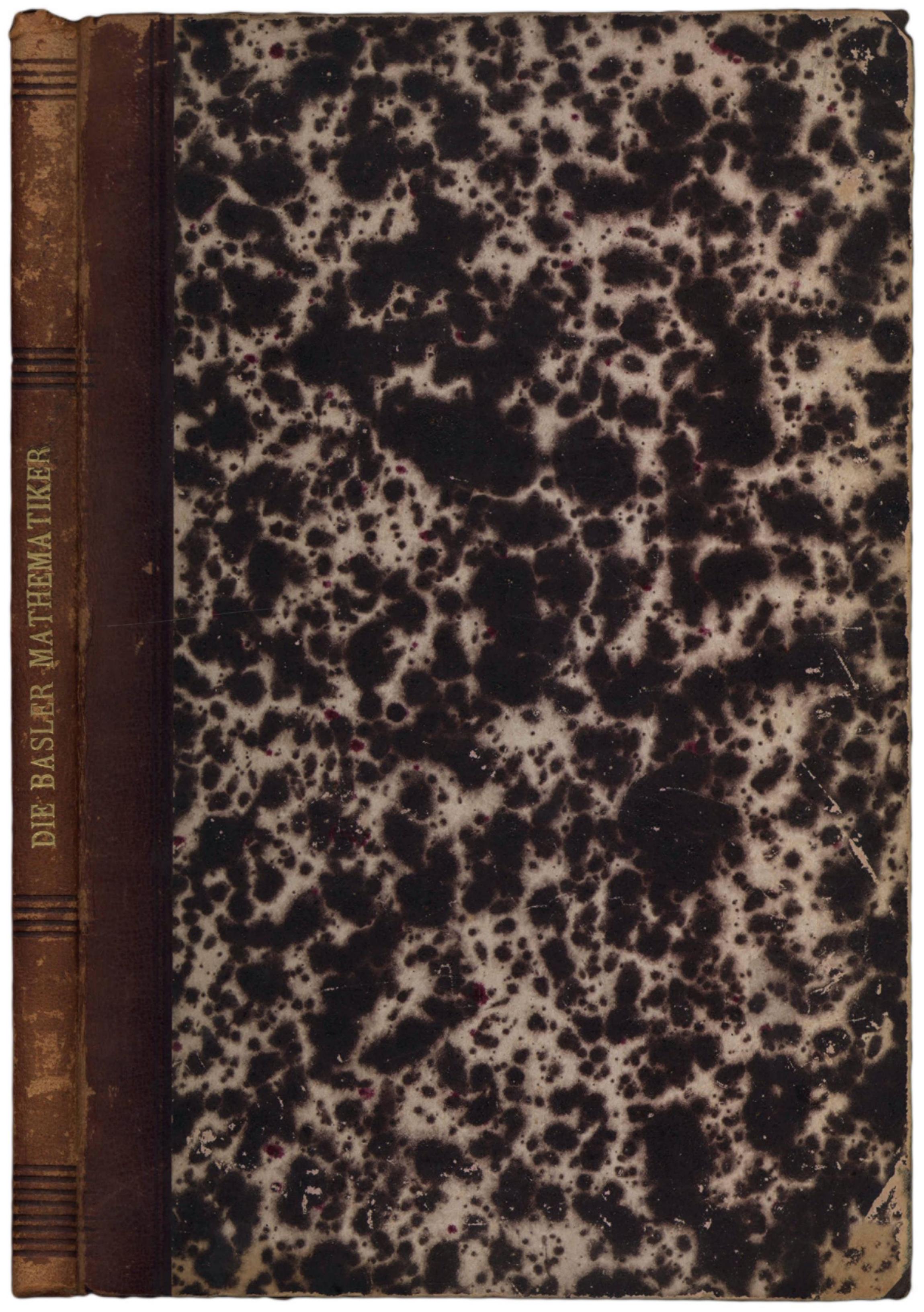
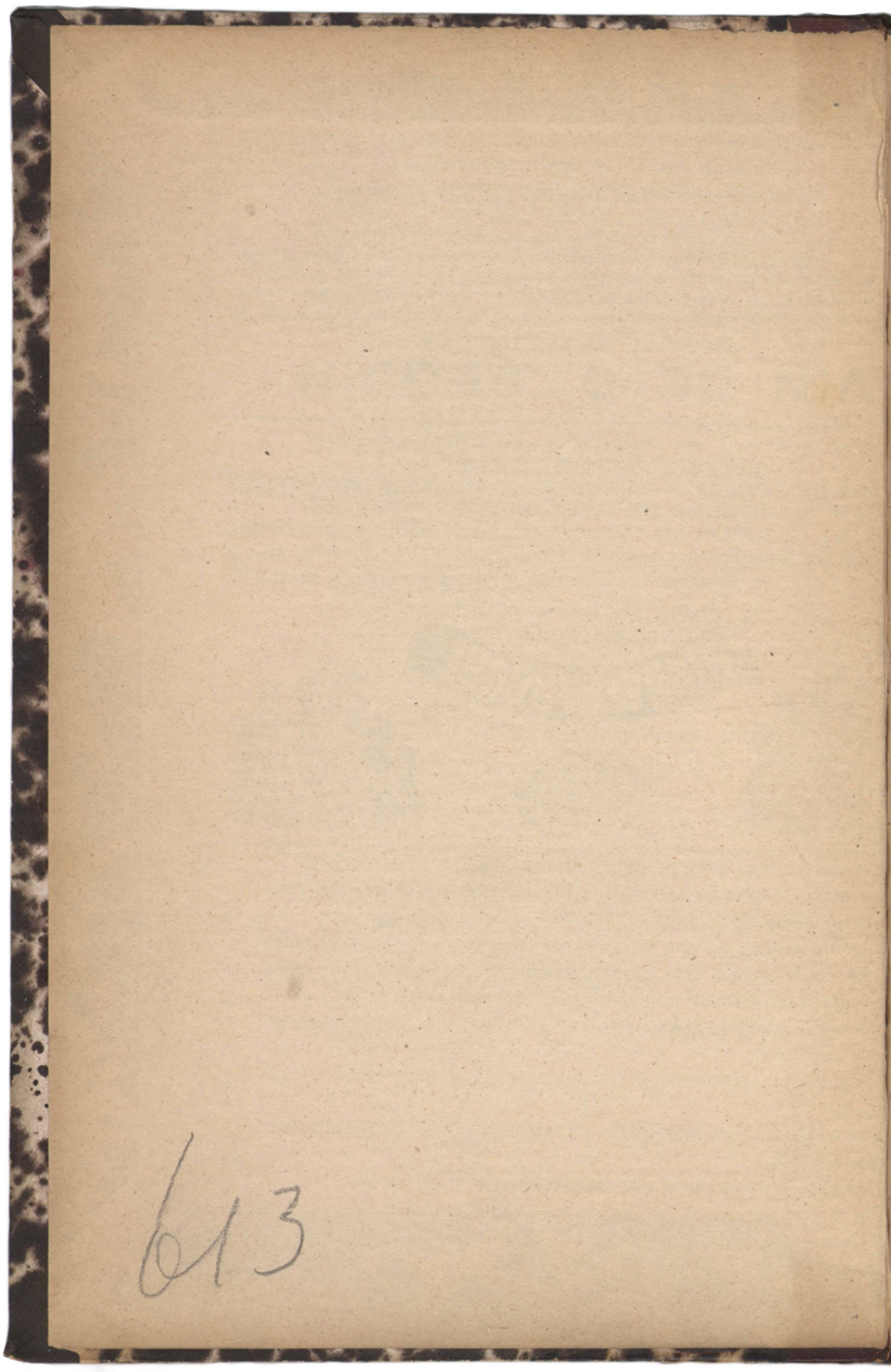

DIE BASLER MATHEMATIKER



Die Basler Mathematiker

Daniel Bernoulli

und

Leonhard Euler

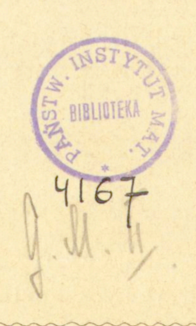
Hundert Jahre nach ihrem Tode

gefeiert von der

Naturforschenden Gesellschaft.

Anhang zu Theil VII. der Verhandlungen der
Naturforschenden Gesellschaft zu Basel.

Basel,
H. Georg's Verlag.
1884.



Buchdruckerei von J. G. Baur, Rüdengasse 3.

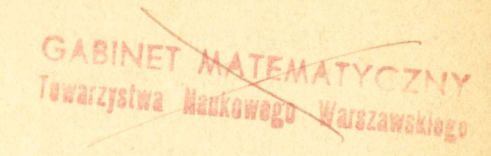
Feier zur Erinnerung

an

Daniel Bernoulli.

Samstags, den 18. März 1882, versammelte sich die Naturforschende Gesellschaft im Verein mit zahlreichen Freunden im grossen Saale des Bernoullianums, der Wirksamkeit des Begründers physikalischer Forschung in unsrer Vaterstadt, **Daniel Bernoulli's**, festlich zu gedenken. Der Präsident, Herr Prof. Kollmann, eröffnet die Feier, indem er auf die Beziehungen hinweist, welche durch Name und Streben den Gefeierten mit der Pflegstätte der Wissenschaft und der heute in ihr versammelten Gesellschaft verbinden. Hierauf halten Herr Prof. Fr. Burckhardt und Herr Prof. Hagenbach-Bischoff die nachfolgenden Vorträge über das Leben und die wissenschaftlichen Arbeiten Daniel Bernoulli's. Herr Collin-Bernoulli übergibt der Versammlung zu Handen der Universitätsbibliothek die Urkunden, durch welche Bernoulli zum Mitglied der Pariser und der Berliner Akademie ernannt wurde.

Nachdem der Präsident die officielle Feier beschlossen und zu geselliger Fortführung derselben im Schützenhause eingeladen hatte, begab sich die Versammlung, begleitet von einem elektrischen Lichtstrahl, dorthin und verblieb bei würzigem Wort in fröhlicher Runde beisammen, bis der festliche Tag selber sein Ende gefunden.



Vortrag

von Prof. **Fr. Burckhardt.**

Hochverehrte Versammlung.

Die anspruchslose Feier, welche die Naturforschende Gesellschaft in Verbindung mit den Angehörigen verschiedener anderer, verwandter Gesellschaften heute begeht, gilt dem Andenken eines jener Männer, welche am Ende des 17. und das ganze 18. Jahrhundert hindurch die bewundernden Blicke der mathematischen Welt auf unsere Vaterstadt gelenkt haben, einem Gliede der Familie, welche von dem Schöpfer als Mitgift das höchste Mass mathematischen Schaffens erhalten zu haben schien und zwar einem solchen, das nicht nur den Namen eines berühmten Oheims und eines noch berühmtern Vaters geerbt, sondern sich als ebenbürtig in schöpferischer Kraft und nach gewissen Richtungen hin als ganz eigenartig erwiesen hat.

Da es erwünscht erscheint, zuerst Einiges über die äussern Verhältnisse des Gefeierten, Daniel Bernoulli, zu hören, bevor wenigstens nach Einer Seite hin gezeigt wird, wie die Arbeit seines Geistes mit heute allgemein als fruchtbar anerkannten Prinzipien im Zusammenhange steht, so fällt mir die leichte Aufgabe zu, den zweiten und wichtigern Theil unseres

Abends einzuleiten durch Vorführung eines Lebensbildes, zu welchem die nöthigen Notizen gesammelt sind, einestheils von den Zeitgenossen selbst, so von Marquis de Condorcet, dem beständigen Sekretär der französischen Akademie, von Daniel Bernoulli's Neffen Daniel, dem Domprobsteischaffner, in neuerer Zeit aber mit besonderer Genauigkeit durch Herrn Peter Merian und unsern hochverehrten Freund, Herrn Rudolf Wolf in Zürich, der seinem mit besonderer Liebe verfassten Lebensabrisse im dritten Bande der Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz ein anziehendes, jugendlichfrisches Bildniss Daniel Bernoulli's beigegeben hat.

Im Jahre 1695 war der 28-jährige Johannes Bernoulli durch Huygens Verwendung zum Professor der Mathematik in Gröningen ernannt worden. Dort wurde ihm der zweite Sohn, Daniel, am 29. Januar 1700 (alten Styles) geboren von seinen Frau Dorothea geb. Falkner. Der Name Daniel stammt vom Grossvater mütterlicher Seite. Johannes Bernoulli verliess Gröningen im Herbste 1705 und kehrte nach Basel zurück, wo er den durch den Tod seines Bruders Jakob erledigten Lehrstuhl der Mathematik betrat und noch 42 Jahre mit höchstem Ruhme und musterhafter Gewissenhaftigkeit seines Amtes waltete.

Daniel besuchte die Schulen seiner Vaterstadt und wurde daneben in die Mathematik eingeführt durch seinen Vater und seinen älteren Bruder Niklaus, der bei der Unterweisung seines jüngern Bruders zur Einsicht kam, dass er selbst einigen Bernoullischen Geist besitze und der dann auch, zumal als Akademiker in St. Petersburg hievon deutliche Beweise gegeben hat. Leibnitz schrieb von ihm an Johannes: Gaudeo etiam D^n Filium tuum Bernoullizare et hereditarium familiae decus tueri. (Ich freue mich, dass auch dein Herr Sohn

bernoullisiert und den erblichen Schmuck der Familie wahrt.) Die Lehrweise des viel fordernden Vaters mag eine besondere gewesen sein; der Vater gab dem ganz jungen Daniel einst eine mathematische Aufgabe, welche dieser freudig erregt nach kurzer Zeit gelöst brachte. Der lobkarge Vater empfieng ihn mit der Frage, ob er nicht die Aufgabe auf der Stelle hätte lösen können. Der Eindruck, den diese nicht gerade ermunternde Frage auf Daniel machte, wurde lange Zeit nicht verwischt.

Der Versuch, Daniel zur Handlung zu bestimmen, missglückte; er konnte sich daher der Wissenschaft widmen und erhielt die prima laurea am 4. Juni 1715 und unter dem Dekanate seines Vaters. Er wählte das Studium der Medizin, welches er an den Universitäten Basel, Heidelberg und Strassburg betrieb. Er wurde Candidat der Medizin 1721 mit einer Abhandlung über die Athmung, welche Haller in den 4. Band seiner ausgewählten anatomischen Abhandlungen aufnahm.

Die Bewerbungen um die Professur der Anatomie und Botanik, sowie um die der Logik waren von dem, im Jahr 1718 eingeführten Loose nicht begünstigt. Er wandte sich zu seiner weitern Ausbildung nach Italien, wo er Gelegenheit fand, in einer mathematischen Schrift, Exercitationes quaedam mathematicae, 1724 Venet., seinen Vater und seinen Oheim gegen Angriffe von Italienern zu vertheidigen. Die Schrift enthält u. a. die ersten hydrodynamischen Arbeiten Daniel Bernoulli's. In Padua brachte ihn ein heftiges Fieber an den Rand des Grabes. In jene Zeit fiel eine Berufung an die Akademie in St. Petersburg unter eigenthümlichen Umständen. Wegen ungenügender Namensangabe herrschte einige Ungewissheit, welcher der beiden Brüder, Niklaus oder Daniel, gemeint sei. Der Präsident der Akademie,

Blumentrost, machte der Ungewissheit ein Ende, indem er beide nach St. Petersburg berief. Beide nahmen den Ruf an und begaben sich gemeinsam nach der Stätte ihrer neuen Wirksamkeit, wo sie hofften, in herzlicher Brüderlichkeit zu arbeiten, sich und die Wissenschaft zu fördern. Leider starb Niklaus schon 1726, 31 Jahre alt. Die hiedurch entstandene Lücke, die Angriffe des rauhen Klimas auf den zarten Körper erzeugten bei Daniel eine Sehnsucht nach der Heimat, woselbst ihm aber erst 1732 das Loos bei der Bewerbung um die Professur der Anatomie und Botanik günstig war. Daniels jüngerer Bruder, Johannes II. (geb. 18. Mai 1710), entschloss sich, ihn in St. Petersburg abzuholen, und widerstand siegreich den Versuchen, welche gemacht wurden ihn an die Akademie zu fesseln. Die Heimreise machten die beiden Brüder über Danzig, Holland, Paris, empfangen und geehrt von den bedeutendsten Männern der Wissenschaft.

Auf der Rückreise trafen die Brüder mit einem Unbekannten im Postwagen zusammen. Es knüpfte sich ein Gespräch an, welches einen wissenschaftlichen Gehalt gewann, was den Gefährten veranlasste, Daniel um seinen Namen zu fragen. Auf die Antwort, er heisse B e r n o u l l i, hielt es der Reisende für einen Scherz und erwiderte, er heisse N e w t o n. Er überzeugte sich durch nähere Nachweisung, dass von einem Scherze die Rede nicht sei und gab sich zu erkennen als einen Akademiker Trant, Botaniker.

Daniel Bernoulli fühlte sich wohl in seiner alten Heimat: „Ich für mein Theil“, schrieb er 26. October 1735 an Euler, „bin so zu sagen ein anderer Mensch geworden, ratione der Gesundheit, seitdem ich unserer guten Schweizerluft geniesse.“ Seine Lehrkurse in Anatomie und Physiologie waren besucht und geschätzt.

In die Zeit des Aufenthaltes in St. Petersburg fällt die Bearbeitung des einzigen selbstständigen grössern wissenschaftlichen Werkes, welches wir von Daniel Bernoulli besitzen, freilich eines Werkes von höchstem Range und gröster Bedeutung, nämlich seiner Hydrodynamik, durch welche er der mechanischen Physik ein ganz neues Fach geschaffen, und ihm zugleich einen Boden gelegt hat, auf welchem man seither hat weiter bauen können. Die endgiltige Ausarbeitung und Redaktion besorgte er als Anatom und Botaniker in Basel. Schon Ende 1734 schrieb er an Schöpflin in Strassburg einen Brief, der veröffentlicht wurde und der eine Inhaltsangabe des ganzen Werkes enthielt, wodurch die wissenschaftliche Welt in nicht geringe Spannung versetzt wurde. Das Werk kam schon 1734 in den Druck; es erschien aber erst 1738 und fand eine glänzende Aufnahme. — Meine Hydrodynamicam druckt wirklich der Herr Dulsecker und gibt mir nebst 30 exemplaribus noch 100 Thaler Recompens. (Brief an Euler, 18. Dec. 1734.)

Hören wir, statt eigenen unselbstständigen Urtheils die wenigen Worte, durch welche Lagrange in seiner Mécanique analytique 1811—1815 diese Arbeit charakterisiert: Nachdem er die Aufstellung und Anwendung des Prinzips der Erhaltung der Energie durch Johannes Bernoulli erörtert, fährt er fort: „Daniel Bernoulli a donné ensuite plus d'extension à ce principe et il en a déduit les lois du mouvement des fluides dans les vases, matière qui n'avait été traité avant lui que d'une manière vague et arbitraire. Enfin il l'a rendu très générale dans les Mémoires de Berlin, en faisant voir comme on peut l'appliquer au mouvement des corps animés par des attractions mutuelles quelconque ou attirés par des centres fixes par des forces proportionelles à quelques

fonctions des distances que ce soit," und überdies bezeichnet er das Werk als „un ouvrage qui brille par une Analyse aussi élégante dans sa marche que simple dans ses résultats."

Daniel Bernoulli erndtete fast mehr des Lobes als ihm selbst lieb war. Nur bei seinem Vater fand er nicht die erwünschte und verdiente Anerkennung. Es traten offenbar einander entgegen des Vaters heftiger Charakter, sein Gefühl der Ueberlegenheit über alle Mathematiker seiner Zeit — nur Euler erkannte er in spätern Jahren als voll ebenbürtig an — und des Sohnes Empfindlichkeit, die fast krankhaft erschien, und welche sich in Briefen an die Freunde Luft zu machen suchte. Die dauernde Verehrung für seinen Vater bekundete dieser übrigens dadurch, dass er sich in wissenschaftlichen Arbeiten immer als Daniel B. Joh. fil. schrieb.

Fast erschien es, als ob er Basel wieder verlassen könnte; indessen die Bemühungen, ihn mit seinem Bruder Johannes II. nach Berlin zu rufen, wesentlich ausgegangen von Maupertuis, vermochten ihn nicht zur Annahme einer Stelle an der dortigen Akademie zu bewegen und so sehr er sich gefreut hätte an der Seite seines jüngern Freundes Euler weiter zu arbeiten, so konnte er sich doch nicht entschliessen, gegen den Wunsch seines betagten Vaters und bei einer nicht eben kräftigen Gesundheit einem Rufe nach St. Petersburg zu folgen. Auch nach des Vaters Tode nicht, der am 1. Jan. 1748 erfolgte. Die Pariser Akademie wählte zwar Daniel an die Stelle seines Vaters zu einem der acht auswärtigen Mitglieder. Aber nach den gesetzlichen Bestimmungen wurde die mathematische Professur ausgeschrieben, Daniel und Johannes Bernoulli meldeten sich nicht; das Loos entschied für Jakob Chri-

stoph Ramspeck; geb. 1722, später Rector des Gymnasiums, † 1797. Durch einen Tausch, der öfters dazu diente, die Härten des Looses zu mildern, übernahm Ramspeck die Professur der Eloquenz und Johannes II. betrat den Lehrstuhl seines Vaters, auf welchem er noch 42 Jahre lang mit grösstem Erfolge und mit ungewöhnlicher literarischer Zurückhaltung gewirkt hat. Daniel glaubte, dass nur seine Scheu, öffentlich als Schriftsteller aufzutreten, ihn gehindert habe, die übrigen Bernoulli zu übertreffen. Nach Daniels Tode wurde er auswärtiges Mitglied der Pariser Akademie, 1782.

Als nun der Professor der Physik 1750 starb, wurde Daniel ohne Loos die Professur, die er schon 2 Jahre lang theilweise versehen hatte, übertragen und so sah endlich unsere Universität diese beiden hoch hervorragenden Brüder an den Stellen, die ihnen vor Allen gebührten.

Zwar waren die Einrichtungen für die Experimentalphysik im Stachelschützenhause sehr bescheiden und der Apparat sehr unvollkommen; aber Daniel Bernoulli ersetzte durch ein ganz besonderes Geschick in der Anordnung einfacher Versuche die Lückenhaftigkeit der Einrichtung. Seine Vorträge erfreuten sich eines grossen Zulaufes und um ihn sammelte sich ein Kreis von Männern, welche sich eifrig mit dem experimentellen Theil der Physik beschäftigten, darunter Abel Socin, der Verfasser eines Traktates: Anfangsgründe der Elektrizität (Dan. Bernoulli gewidmet, 1778), Johannes Fürstenberger, der Erfinder oder Miterfinder der Zündmaschine, und besonders Johannes Dietrich, ein Mechaniker von grossem Geschick, der wahrscheinlich die ersten Hufeisenmagnete und sicher die besten Inklinatorien seiner Zeit erstellt hat. Euler schreibt am

24. Juni 1755 an Dietrich: Vor zweyen Tagen habe ich Ew. Inklinations-Nadel mit der Post erhalten und darfür ausser 10 Rthl. 10 ggr. Fracht, noch 2 Rthl. 12 ggr. accis bezahlen müssen: Ich finde aber diese Instrumente so fürtrefflich, und werde es der Akademie dergestalt anrühmen, dass ich hoffe Ew. für eines nach Abzug dieser Unkösten noch mehr als 15 Louisd'or zu verschaffen. Kein Mechanikus allhier soll dieselbe zu sehen bekommen, ungeachtet eben nicht viel von denselben zu beförchten wäre, etc.

Daniel Bernoulli waltete seines Amtes noch lange Jahre; erst gegen das Ende seines Lebens liess er sich vikariatsweise vertreten durch seine beiden Neffen Daniel, den nachmaligen Domprobsteischaffner, und Jakob, den spätern Akademiker in St. Petersburg, dessen hoffnungsvolles Leben durch Ertrinken in der Newa ein allzufrühes Ende gefunden hat.

Daniel Bernoulli betheiligte sich oft bei der Beantwortung der von der Pariser Akademie ausgeschriebenen mathematischen Preisfragen und zehn mal trug er den Preis entweder allein davon, oder er hatte ihn mit andern Bewerbern zu theilen.

Schon vor seiner Berufung nach St. Petersburg erhielt er 1725 den Preis für vervollkommnete Einrichtung der Sanduhren. Die in St. Petersburg verlebten Jahre wurden hauptsächlich auf das grösste Werk seines Lebens, die Hydrodynamik, verwendet.

Auf der Rückreise aus St. Petersburg waren die beiden Brüder in der Akademie anwesend, als der Sekretär die zur Lösung der ausgeschriebenen mathematischen Preisfragen eingelangten Arbeiten der Prüfungskommission übergab und alle Augen wandten sich nach den beiden jungen Gästen, deren Mienen aber nichts

verrathen wollten. Ob Daniel damals eine Bearbeitung eingesandt habe oder nicht, ist nicht bekannt; als aber die Frage „nach der Ursache der verschiedenen Neigungen der Planetenbahnen gegen den Sonnenäquator“ mit doppeltem Preise erneuert wurde, theilten sich 1734 in den Preis Johannes Bernoulli der Vater und Daniel der Sohn. Die Freude des Sohnes soll grösser gewesen sein, als die des leidenschaftlichen Vaters, welcher Daniel bei seinem ersten Besuche nach der erhaltenen Nachricht recht unfreundlich empfangen haben soll, weil er über diese Konkurrenz sehr ungehalten war.

Bei der Preisfrage 1737 über die beste Gestalt der Anker und die Mittel, dieselben zu prüfen, zum zweiten mal ausgeschriebcn, fiel der Preis für den ersten Theil Johannes II., Daniels Bruder zu, der Preis für den zweiten Theil aber wurde zwischen Daniel und Poleni in Padua getheilt.

1740 theilten Daniel Bernoulli, Leonhard Euler und Maclaurin den Preis für die Bearbeitung der Theorie der Ebbe und Fluth.

1743 fiel Daniel allein der Preis für die Konstruktion der Inklinationsnadel zu.

1746 wurde ein dreifacher Preis über die Theorie des Magnetes unter Euler, Du Tour, und die Brüder Daniel und Johannes II. Bernoulli getheilt.

1747 theilte Daniel Bernoulli den doppelten Preis über die Zeitbestimmung auf dem Meere, wenn der Horizont nicht sichtbar ist, mit einem Ungenannten, hinter welchem er Leonhard Euler vermuthete, dem er am 29. April 1747 schrieb: „Ich zweifle dessen ungeachtet, ob ich noch ferner concurriren werde; ich

fürchte, mein Glück möchte zuletzt schlimme Consequenzen nach sich ziehen, dass das Publikum einige Parteylichkeit darunter suche, obschon ich mich so stark verberge als mir möglich ist."

Dennoch gewann er wieder 1751 einen Preis für die Theorie der Meeresströmungen, 1753 über die Mittel auf grossen Schiffen den Mangel des Windes zu ersetzen und 1757 über die Verminderung des Schwankens der Schiffe.

Neben all den physikalischen und mathematischen Arbeiten fand Daniel Bernoulli noch Zeit sich nach verschiedenen Richtungen um bürgerliche Einrichtungen zu bekümmern, Rathschläge zu ertheilen, Fragen zu erörtern und zwar hauptsächlich nach solchen Seiten hin, wo seine mathematischen und medizinischen Kenntnisse zusammentrafen, in statistischen Fragen, in Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und es mag gerade für den gegenwärtigen Moment nicht uninteressant sein zu erfahren, dass er 1760 der Pariser Akademie eine Abhandlung einsandte, in welcher die Sterblichkeit in Folge von Blattern und die vorzügliche Präventivmassregel der Inoculation behandelt wurde und dass er vornehmlich für die Aufnahme des Impfens oder der Inoculation in Basel gewirkt hat, weil er dessen grossen Nutzen für den Einzelnen wie für die Gesammtheit mit der ihm eigenen Sagacität zu ergründen und darzustellen wusste, zugleich übrigens mit seinem Bruder Johannes, der an sich selbst den Versuch gemacht und seinen Mitbürgern dringend empfohlen hat.

Andere Arbeiten betrafen die Statistik der Ehen, der Geburten; auch regte er eine Krankheitsstatistik an.

Das Zurückrichten der voreilenden Basler Uhr geschah hauptsächlich auf seine Anregung, freilich mit

dem ersten Erfolge, dass die Bürgerschaft sofort nach der Aenderung wieder ihre alte Zeit verlangte und erhielt, bis vermehrte Einsicht oder vermehrter Verkehr endgiltig über diese Sonderbarkeit hin wegschritt, die durch die Sonnenuhren unseres Münsters heute noch dokumentiert ist.

Wenn man die gesammte wissenschaftliche Leistung Daniel Bernoulli's beurtheilen wollte, so müsste sich ein solches Urtheil gründen auf eine eingehende Kenntniss des Standes und der Entwicklung der mathematisch-physikalischen Kenntnisse in der 1. Hälfte des 18. Jahrhunderts, an welcher Entwicklung neben Newton und Leibnitz kaum andere einen grössern Antheil hatten als die Bernoulli. Eine solche Beurtheilung versage ich mir aus leicht verständlichen Gründen. Aber einige Punkte mögen hervorgehoben werden, um das Wesen dieses ausgezeichneten Mannes zu charakterisieren.

Während seines Vaters lebendig arbeitender Geist nach allen Richtungen hin neue Bahnen eröffnete, neue Methoden ersann und deren Fruchtbarkeit an der Lösung unlösbar scheinender Aufgaben erprobte, anderseits aber sich in stätem Vertheidigungszustande befand gegen die vereinigten Angriffe verschiedener Engländer, war es die Art Daniel's, die gestellten Probleme, zumal die physikalisch-mechanischen, bis auf den Grund zu durchschauen und in Folge dieser Perspicazität die einfachsten Mittel zur Lösung zu entdecken. Obgleich er die mathematischen Hilfsmittel seiner Zeit vollständig beherrschte, auch wohl vermehrte, so hatte er seine Hauptstärke nicht in einer möglichst umfassenden Anwendung derselben, sondern darin, vor der Anwendung des Calküls die Probleme zu zergliedern und auf ihre einfachste Form zurückzuführen. Er bediente sich der Mathematik

als Hilfsmittel, wo und so weit sie zur Lösung nöthig war.

Die Richtung, an physikalischen Fragen mathematische Entwicklungen zu üben, missfiel ihm. So sagt er einmal nach einer etwas strengen Beurtheilung von D'Alembert's Hydrodynamik: „Es fängt sich ein verderblicher goût an einzuschleichen, durch welchen die wahren Wissenschaften viel mehr leiden, als sie avanciert werden und wäre es oft besser für die realem physicam, wenn keine Mathematik auf der Welt wäre."

Condorcet, der die Vorzüge der Arbeiten Daniel Bernoulli's betont, schliesst seine Charakteristik mit folgenden Worten: Partout il est Philosophe et Physicien autant que Géomètre. La finesse semble être la qualité dominante de son esprit, mais il l'a porté à un si haut degré, il l'a si heureusement employée, et elle l'a si bien servi, que cette qualité prend chez lui un charactère de grandeur et produit ce sentiment d'admiration et d'étonnement qui semble réservé aux prodiges qu'enfantent la force et la profondeur.

Auch hat Daniel Bernoulli nie, wo es angieng, versäumt, die Resultate theoretischer Berechnung durch Experimente, für die er ein besonderes Geschick hatte, zu verifizieren.

Auf diesem tiefen Eindringen beruht nun auch seine klare Auffassung physikalischer Principien; diese hat ihn genöthigt, entgegen den Anschauungen seines Vaters, sich der Newton'schen Gravitationslehre anzuschliessen und wenn diess wohl ein Grund war, dass die Annäherung des Vaters an diesen Sohn niemals eine vollständige wurde, so hatte es auch den eminenten Erfolg, dass Daniel Bernoulli der Newton'schen Lehre ganz wesentlich auf dem Kontinente zum Siege

verhalf. Es tritt das ganz klar aus der Korrespondenz mit Euler zu Tage.

Solche wissenschaftliche Höhe fand allerwärts Anerkennung. Ausser der Petersburger Akademie ernannte ihn die Berliner zu ihrem Mitgliede, die französische, wie schon erwähnt, zu einem der acht auswärtigen Mitglieder an der Stelle seines Vaters; die königl. Societät in London und viele andere Gesellschaften folgten nach. — Die Memoiren dieser wissenschaftlichen Körper rechneten Daniel Bernoulli's Arbeiten zu ihrem Besten.

Allen Berichten zu Folge war seine Persönlichkeit sanft, angenehm, liebenswürdig; er war von einfachen, reinen Sitten, wohlthätig und fromm. In seinem Hause, dem kleinen Engelhof, neben seinem Bruder Johannes II., welcher den grossen Engelhof bewohnte, empfieng er gerne Freunde; neugierige Fremde hielt er sich vom Leibe. Mit Gelehrten, die ihn besuchten, unterhielt er sich gerne und wusste die Leute reden zu machen und sie seine Ueberlegenheit nicht fühlen zu lassen. Die ganze Stadt kannte und verehrte ihn; eine der ersten Anstandsregeln, welche ein Vater in Basel seinem Sohne gab, war, auf der Strasse Herrn Bernoulli zu grüssen. Er war nie verheirathet und fand den ledigen Stand passender für den ruhigen Verlauf eines der Wissenschaft gewidmeten Lebens.

In seinem Alter stellten sich mancherlei Beschwerden ein, die ihm aber immerhin noch bis gegen das Ende eine gewisse Thätigkeit gestatteten. Ein sanfter Tod erlöste ihn von seinen Leiden am 17. März 1782; er wurde ohne grosses Gepränge zu St. Peter begraben.

In dem Chore der Peterskirche sind bei seinem

Epitaphium die Epitaphien von Niklaus seinem Vetter, Johannes seinem Vater, Johannes seinem Bruder.

Mit Daniel Bernoulli starb in Basel für lange Zeit die Experimentalphysik ab; dass sie heute wieder lebt, wird uns nun Herr Hagenbach durch seine Demonstrationen beweisen.

Verdienste von Johannes und Daniel Bernoulli um den Satz der Erhaltung der Energie.

Vortrag

von Prof. **Ed. Hagenbach-Bischoff.**

Wenn man von den Fortschritten auf technischem Gebiete in den hinter uns liegenden hundert Jahren spricht, so pflegt man ganz besonders die mit der Verwerthung der Naturkräfte zusammenhängenden mannigfachen Erfindungen hervorzuheben. Zu Ende des vorigen und im Anfange unseres Jahrhunderts brachte hauptsächlich die Verwendung der Wärme in der Form des Dampfes eine Erfindung nach der andern und schuf dadurch gewaltige neue Mittel für Arbeit und Verkehr, während später immer mehr die Electricität mit ihren wundervollen und überraschenden Wirkungen dazutrat; und allem Anschein nach scheinen wir in dieser Hinsicht erst am Anfang einer noch weiter gehenden, unsere Lebensverhältnisse mannigfach umgestaltenden Entwicklung zu stehen. Mit Recht fragen wir desshalb nach den Männern, welchen man diese Fortschritte verdankt. Wenn wir uns die aufgewandte Geistesarbeit etwas näher ansehen, so ist leicht zu erkennen, dass wir diese

Bahnbrecher wesentlich in drei verschiedene Categorieen bringen können; wenn auch schon nicht in allen Fällen die Grenzlinien genau zu ziehen sind und mancher Mann der Wissenschaft und Technik bis zu einem gewissen Grade den drei Categorieen zugleich angehört.

In erster und vorderster Linie, das heisst zunächst bei den zu Tage tretenden glänzenden Resultaten stehen die Männer der Praxis, welche wir als die Erfinder bezeichnen können; sie geben der Einrichtung die bestimmte zweckentsprechende Form. In diesem Sinne reden wir von den Erfindern des Fernrohrs, der Dampfmaschine, des Telegraphen, des Telephons. Ich möchte die Verdienste solcher Erfinder nicht schmälern, aber es ist leicht zu erkennen, dass alle ihre Erfolge nur ermöglicht waren durch die vorangegangene Erforschung der Naturgesetze; denn ohne die Kenntniss der Gesetze der Lichtbrechung, der Dampfspannung, des Electromagnetismus und der Induction wären sicherlich die genannten Erfindungen niemals gemacht worden. Es geht somit der Erfindung als nothwendige Bedingung voran die Forschung, und den Männern, die diese Erforschung der Naturgesetze besorgen, und die wir kurzweg als Forscher bezeichnen können, verdanken wir in zweiter Linie die erlangten Resultate. Aber auch die Forschung gründet sich wieder auf Vorbedingungen; wir brauchen zu derselben nicht nur mannigfache Apparate und Instrumente, sondern vor Allem auch bestimmte Vorstellungen und Begriffe. Die Natur verstehen und die Erscheinungen derselben erklären heisst Vorstellungen und Begriffe auf dieselbe anwenden. Gerade so wie die Erfindung bedingt wird durch die Forschung, kommt auch ihrerseits die Forschung zu keinem klaren Resultate ohne die Entwicklung der auf die Natur anwendbaren Vorstellungen und Begriffe durch das Werk-

zeug der Logik und Mathematik. Die dritte Categorie der Männer, denen wir die grossen Fortschritte auf dem Gebiete der physikalischen Wissenschaft und Technik verdanken, bilden somit die Theoretiker und Mathematiker, welche sich mit der Entwicklung der nöthigen Begriffe und ihres logischen Zusammenhanges beschäftigt haben.

Erfinder, Forscher und Theoretiker, alle drei müssen also zusammen arbeiten, und ihre Thätigkeiten wirken sich gegenseitig fördernd und befruchtend auf einander ein, es ist desshalb ziemlich überflüssig zu untersuchen, welchen von den dreien das grösste Verdienst zukommt. Nur das mag bemerkt sein, dass die jeweiligen Zeitgenossen und die grosse Menge, die mehr das momentane Resultat anstaunt, sich mit Vorliebe für die Erfinder interessiert, während in den Augen des wissenschaftlichen Historikers, der den ganzen Entwicklungsgang der Erkenntniss begreifen und nicht nur die praktischen Resultate geniessen will, Forscher und Theoretiker mehr in den Vordergrund treten. Und besonders in Betreff der letztern können wir sagen, dass es sich mit ihnen gewissermaassen verhält wie mit den hohen Bergen unseres Vaterlandes, die in der Nähe von den Vorbergen verdeckt werden, aber um so höher und mächtiger hervortreten und die andern überragen, je grösser die Entfernung ist, aus der wir sie betrachten.

Zu diesen Theoretikern und Mathematikern, denen wir die Entwicklung der auf die Natur anwendbaren Begriffe verdanken, gehört in hervorragender Weise Daniel Bernoulli; und heute, wo hundert Jahre mit den mannigfaltigsten Errungenschaften auf dem Gebiete der physikalischen Forschung zwischen seinem Tode und uns liegen, lohnt es sich, dass wir uns vergegenwärtigen, wie er einst durch seine geniale Be-

handlung der mathematischen Begriffe ganz wesentlich in den Entwicklungsgang der physikalischen Wissenschaft eingriff und dadurch eine Saat ausstreute, die seither üppig aufgieng, reichliche Früchte trug und hoffentlich noch weitere tragen wird.

Welches sind nun aber die Vorstellungen und Begriffe, deren klare Darlegung nach ihrem Inhalt und gegenseitigem Zusammenhang die Grundlage jeder physikalischen Forschung bildet? Die Antwort auf diese Frage wird wohl von allen, die sich heutzutage ernstlich mit der physikalischen Wissenschaft beschäftigen, in übereinstimmender Weise dahin abgegeben werden, dass es die Begriffe der Mechanik sind, und ganz besonders alle die, welche zusammenhängen mit dem Begriffe der Kraft, der Ursache der Bewegungsänderung; pflegt man ja geradezu die Physik häufig als die Lehre von den Naturkräften zu bezeichnen.

Wenn wir einen Körper auf die Hand legen und entweder ruhig halten oder auch hinauf- und herunterbewegen, so fühlen wir die Anstrengung, die nöthig ist, um den Körper zu halten, zu heben oder zu senken. Aus diesem Gefühle schliessen wir auf eine dem äusseren Körper inwohnende Kraft, die nach der Erde gerichtet ist und das Gewicht des Körpers genannt wird. Bei diesem Vorgange halten die gleichen in entgegengesetztem Sinne wirkenden Kräfte, die Muskelkraft des Arms und das Gewicht des Körpers, sich das Gleichgewicht. Wenn ich nun die Hand wegziehe, so wird dem Gewichte nicht mehr das Gleichgewicht gehalten und die Schwerkraft setzt dann den Körper in Bewegung; er fällt mit stets wachsender Geschwindigkeit und schlägt schliesslich mit einer der Fallhöhe entsprechenden Wucht unten auf. Dieser höchst einfache Versuch, der so alt ist als die Welt besteht, enthält im Keime die verschie-

denen mechanischen Begriffe, welche die Grundbedingungen jedes Verständnisses der mechanisch-physikalischen Wissenschaft bilden. Wir haben dabei zuerst das Gleichgewicht zwischen zwei Kräften und daraus entstand die Lehre des Gleichgewichtes überhaupt, die Statik, eine Wissenschaft, die schon bei den alten Griechen hauptsächlich durch Archimedes zu einer bedeutenden Entwicklung gelangt war. Dass ferner ein schwerer Körper, der nicht unterstützt ist, fällt, das haben die Menschen seit der ältesten Zeit in allen möglichen Formen gesehen und gefühlt, und dennoch wurde erst im Anfang des 17. Jahrhunderts durch den Italiener Galilei dieser Vorgang genau studiert; er wurde dadurch zum Schöpfer des zweiten wichtigen Theiles der Mechanik, der Dynamik, in welcher von der Aenderung der Bewegung unter der Einwirkung der Kräfte gehandelt wird; und es war darauf dem Genie eines Newton vorbehalten, in der grossartigsten Weise die von Galilei geschaffenen Begriffe auf die mannigfachen Bewegungsvorgänge im gesammten Weltall, am Himmel und auf Erden, anzuwenden. Der Fortschritt der Wissenschaft ist jedoch wesentlich dadurch gegeben, dass man eine immer grössere Anzahl von Erscheinungen von einem gemeinsamen Gesichtspunkte aus betrachtet. Es ist somit ein grosses Verdienst von Joh. Bernoulli, des Vaters des heute gefeierten, dass er für die gesammte Statik einen solchen einheitlichen Satz aufstellte; er gelangte zu demselben dadurch, dass er die mechanische Leistung der Kräfte ins Auge fasste. Wenn einige Arbeiter den Auftrag erhalten, einen Baustein in die Höhe zu schaffen, und einen ganzen Tag an einem Seile ziehen ohne den Stein auch nur um die Breite einer Hand vom Boden zu heben, so haben sie entschieden ihre Kräfte wirken lassen, aber auf eine so ungeschickte Art, dass nichts

geleistet wurde. Eine Leistung, die einen Werth repräsentiert und die man entsprechend bezahlt, findet nur statt, wenn das Gewicht wirklich gehoben wird. Es ist nun leicht ersichtlich, dass die Grösse der mechanischen Leistung sowohl mit dem Gewicht als mit der Höhe proportionel wächst, denn ich werde einen Lastträger ebensogut doppelt bezahlen, wenn er die doppelte Last auf die einfache Höhe, als wenn er die einfache Last auf die doppelte Höhe trägt. Das Maass der mechanischen Leistung ist somit das Produkt der Kraft in den in der Richtung der Kraft zurückgelegten Weg; man bezeichnet diese Grösse mit verschiedenen Namen, im Deutschen nennt man sie gewöhnlich Werk oder Arbeit; Joh. Bernoulli hat ihr den Namen Energie gegeben und neuerdings wendet man in der Wissenschaft wieder ziemlich allgemein diesen Namen an. Die Einheit des Werkes, der Arbeit oder Energie ist der Kilogrammeter, d. h. ein Kilogramm gehoben auf die Höhe eines Meters; 75 Kilogrammeter haben den nicht sehr passenden Namen Pferdekraft erhalten. Joh. Bernoulli hat nun gezeigt, dass bei allen statischen Aufgaben, wenn die Maschinen auch noch so compliciert sind, stets die positiven und negativen, oder um bildlich zu reden, die ausgegebenen und eingenommenen Energieen einander gleich sind. Mit Hebel, schiefer Ebene, Schraube und Keil können wir in beliebigem Verhältniss an Kraft gewinnen, aber wir verlieren immer im gleichen Verhältniss an Weg, und das Produkt der beiden, d. h. das Werk oder die Energie bleibt sich gleich. Dass dieser Satz auch für die praktische Mechanik von der grössten Wichtigkeit ist, leuchtet ein; und es haben desshalb auch die Praktiker, die Maschinenbauer und Ingenieure alle Ursache, mit Verehrung zu unserem Basler Mathematiker Joh. Bernoulli hinauf zu bli-

cken. Eine kleine Erfahrung aus meinem Leben mag diess illustrieren.

Im September 1875 wurde in unserer Nähe bei Rheinfelden nach Kohle gebohrt, und die dortigen Arbeiten wurden von einem sehr gewandten östreichischen Ingenieur geleitet. Als ich in Gesellschaft einiger Freunde und Collegen die Bohrstelle besuchte, führte uns derselbe seine Bohrmaschine vor und er zeigte mit einem besondern Stolze, wie er im Stande sei, mit einem Finger das ganze Bohrgestänge zu heben und zu lenken. Nachher begleitete uns der freundliche Leiter der Bohrversuche nach Basel und wir kamen hieher ins Bernoullianum. Im Corridor fielen die Blicke auf die schönen Büsten, die beim Bau unserer Anstalt von der Familie Bernoulli gestiftet wurden, und ich merkte bald, dass die berühmten Basler Mathematiker für den östreichischen Ingenieur ganz unbekannte Grössen waren und er sie für beliebige Basler Bürger hielt, die sich um irgendwelche locale Verhältnisse verdient gemacht haben. Ich stellte ihm dann Joh. Bernoulli vor als den Mann, der zuerst klar das Princip aufgestellt hat, dem er die so zweckmässige Construktion seiner Bohrmaschine verdanke. Darauf sah er sich das geistig kräftige von der wuchtigen Perrücke überdeckte Gesicht denn doch etwas genauer an und bezeugte feierlich durch Hutabziehen und Compliment seine dankbare Verehrung.

Gerade so wie Joh. Bernoulli ein einheitliches Princip für die Statik aufstellte, war es Leibnitz, der schon etwas früher durch Einführung eines anderen Begriffes für die Dynamik einen neuen sehr wichtigen Gesichtspunkt eröffnete. Eine mechanische Leistung kann nicht nur ausgeübt werden durch eine Kraft, die einen Weg beschreibt, so z. B. durch ein sinkendes Gewicht,

sondern auch durch eine Masse in Bewegung; ich kann einen Nagel oder Pfahl nicht nur hineindrücken, sondern auch hineinschlagen. Die Vorgänge des Stosses beruhen hauptsächlich auf dieser Art mechanischer Leistung; und es sind dieselben schon früher besonders von dem französischen Philosophen und Mathematiker Descartes studiert und für die Erklärung mancher Naturerscheinungen verwendet worden. Nach ihm erhält man das Maass für die mechanische Leistungsfähigkeit einer bewegten Masse, wenn man die Masse mit der Geschwindigkeit multipliziert; er nannte dieses Produkt Quantität der Bewegung und nahm an, dass beim Stoss und überhaupt bei der Uebertragung von Geschwindigkeit stets die Quantität der Bewegung gleich bleibe, ja, er bezeichnete es geradezu als eine der Haupteigenschaften Gottes, dass er für die Erhaltung der Quantität der Bewegung im ganzen Universum sorge. Dieser Auffassung trat der berühmte Leibnitz entgegen mit der Behauptung, dass die mechanische Leistungsfähigkeit eines bewegten Körpers nicht gemessen werde durch das Produkt der Masse mit der Geschwindigkeit, sondern mit dem Quadrate der Geschwindigkeit; dass somit eine Kugel mit doppelter Geschwindigkeit nicht zwei, sondern vier mal so tief in eine weiche Lehmschicht eindringt, dass ein Fluss oder ein Wind von doppelter Geschwindigkeit vier mal so stark auf ein entgegengestelltes Hinderniss drückt, dass ein Hammer geschwungen mit doppelter Geschwindigkeit einen vier mal grösseren Effect ausübt, und, um noch ein triviales Beispiel zu gebrauchen, dass ein uns mit doppelter Geschwindigkeit treffender Stock nicht nur zwei, sondern vier mal so weh thut. Leibnitz hat diesem Maass für die Leistungsfähigkeit einer bewegten Masse den Namen „vis viva“ gegeben, zu deutsch „leben-

dige Kraft", wobei das Wort lebendig nicht lebend, sondern bewegt bedeutet.

Wohl selten hat eine Behauptung auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaft die gelehrte Welt in eine so grosse Aufregung gebracht als die Leibnitz'sche Lehre von der lebendigen Kraft. Mehr als sechzig Jahre dauerte der Streit zwischen den Cartesianern und Leibnitzianern, und es betheiligten sich daran nicht nur alle bedeutenden Mathematiker und Physiker der damaligen Zeit, sondern selbst Philosophen, Dichter und geistreiche Damen, wie Kant, Voltaire, Madame du Chastelet, fühlten sich gedrungen, über diese wichtige Frage grosse Abhandlungen zu schreiben. Die Leibnitz'sche Anschauung fand wohl den gewandtesten Verfechter in unserem Joh. Bernoulli; die von ihm in stets neuer Fülle vorgebrachten triftigen Gründe machten unter anderem auf den Philosophen Kant einen so gewichtigen Eindruck, dass er ihn den grossen Schutzgott der lebendigen Kräfte nannte. Wir haben es auch Joh. Bernoulli ganz besonders zu verdanken, wenn die Leibnitz'sche Anschauung nicht nur immer mehr durchdrang, sondern auch zugleich in präcisere Formen gegossen wurde.

Der Hauptgewinn des neu eingeführten Begriffes der Wucht besteht darin, dass dadurch das ganze Gebiet der Dynamik unter einem einheitlichen Gesichtspunkte betrachtet werden konnte; in so fern sich beweisen liess, dass überall wo zwischen elastischen Körpern eine Uebertragung von Bewegung stattfindet, stets im Ganzen die Wucht oder lebendige Kraft sich gleich bleibt, und dass da, wo Kräfte Geschwindigkeit erzeugen, die eingenommene Wucht dem ausgegebenen Werke gleich ist. Der Leibnitz'sche Begriff der lebendigen Kraft steht somit in innigem Zusammenhang mit dem



Joh. Bernoulli'schen Begriffe der Arbeit; er ist eigentlich nur die Folge vom Uebergang der Statik zu der Dynamik. Es zeigt sich das wieder am deutlichsten bei dem einfachen Versuche mit einem schweren Körper. Wenn dieser herunterfällt, so haben wir eine Ausgabe an Werk, die gleich ist dem Produkte der Höhe und des Gewichtes; diese Ausgabe ist aber nicht verloren, denn der ruhige Körper ist durch den Vorgang des Falles in einen bewegten Körper umgewandelt worden und dem entspricht eine Einnahme an Wucht. Es lässt sich nun leicht beweisen, dass in diesem Falle das ausgegebene Werk und die eingenommene Wucht einander gleich sind. Werk und Wucht sind somit Grössen gleicher Natur und es hat sich daher das Bedürfniss Bahn gebrochen, einen Ausdruck zu finden, der auf beide angewendet werden kann. Wir haben schon erwähnt, dass Joh. Bernoulli für das Werk den Ausdruck Energie gebraucht hat, der berühmte Engländer Thomas Young hat den gleichen Ausdruck auch zur Bezeichniss der Leibnitz'schen vis viva eingeführt; und seit dieser Zeit gebraucht man immer allgemeiner, besonders bei wissenschaftlichen Arbeiten, dieses in den verschiedenen Sprachen leicht verwendbare griechische Wort, das so recht klar die mechanische Leistungsfähigkeit bezeichnet; und man pflegt die Energie potentiell zu nennen, wenn sie in der Form des vorräthigen Werkes auftritt, und kinetisch, wenn es sich um die Wucht oder lebendige Kraft handelt. Bei dieser Anwendung der Worte lässt sich der Vorgang des fallenden Körpers einfach so darstellen, dass man sagt: die potentielle Energie wird in kinetische Energie umgesetzt, oder kurz deutsch: das vorräthige Werk wird zu wuchtigem Werk. Das Herunterfallen eines Körpers ist nur das einfachste Beispiel, an dem ich versucht habe

den Begriff der mechanischen Energie Ihnen darzulegen; er lässt sich jedoch ganz allgemein auf alle die Fälle anwenden, wo eine beliebige Anzahl von Körpern durch Kräfte auf einander einwirken; und man kann ganz allgemein zeigen, dass wenn dabei auch noch so complicierte Bewegungen entstehen, doch unter allen Umständen die Gesammtmenge der Energie erhalten bleibt und jede Ausgabe durch eine entsprechende Einnahme gedeckt wird. Diesen wichtigen Satz, welcher den für die Statik geltenden Bernoulli'schen, sowie den die Dynamik umfassenden Leibnitz'schen zugleich in sich schliesst, pflegt man jetzt gewöhnlich den Satz der Erhaltung der Energie zu nennen; während man früher ihn als Satz der Erhaltung der Kraft bezeichnete, was zuweilen zu Missverständnissen geführt hatte.

Es handelt sich nun aber nicht nur um die abstrakte Aufstellung dieses Satzes, sondern auf die Anwendung desselben auf die Vorgänge in der Natur. Da diese höchst mannigfaltig und von complicierter Art sind, und da es sich dabei oft um Bewegungserscheinungen handelt, die nicht direct mit unseren Sinnen erkannt, sondern nur durch die mathematische Conception studiert werden können, so vergieng eine lange Zeit bis nach und nach die ganze physikalische Wissenschaft unter die Herrschaft des Satzes von der Erhaltung der Energie gebracht wurde.

Aller Anfang ist schwer; diess gilt auch hier; und es ist desshalb das Verdienst der Männer besonders gross, welche diesen Entwicklungsgang der physikalischen Wissenschaft angebahnt haben; und da dürfen wir neben Joh. Bernoulli seinen heute gefeierten Sohn Daniel Bernoulli ganz besonders hervorheben.

In der im Jahre 1738 publicierten Hydrodynamik zeigte er in gewandter und eleganter Weise, wie frucht-

bar dieses Princip sich beim Studium der Bewegungen der Flüssigkeiten erweist, und in einer Abhandlung vom Jahr 1748 „Sur le principe de la conservation des forces vives“ bewies er die Gültigkeit des Satzes von der Erhaltung der Energie bei den verschiedenartigsten Kräften. Es ist jedoch die genannte Hydrodynamik für die Geschichte der Physik noch besonders wichtig, weil darin zuerst in ganz klarer Weise die kinetische Gastheorie auseinander gesetzt wird, nach welcher die Expansion der Luftarten nicht eine Folge ist der sich abstossenden, sondern der an die Wände anprallenden kleinsten Theile. Vor etwa dreissig Jahren sind die Deutschen Clausius und Krönig so wie der Engländer Joule ganz selbständig und unabhängig sowohl von einander als von früheren Aussprüchen zu diesen jetzt allgemein anerkannten Anschauungen über den gasförmigen Zustand gelangt, und erst nachträglich hat sich herausgestellt, dass Daniel Bernoulli mehr als hundert Jahre früher ganz ähnliche Ideen ausgesprochen und nach einigen Seiten näher entwickelt hatte. Mit dieser Theorie des gasförmigen Zustandes steht nun aber noch in innigem Zusammenhang die Vorstellung über das Wesen der Wärme. Der Annahme, dass die Grundursache der Wärme ein unwägbares Fluidum, der sogenannte Wärmestoff sei, trat mit der Zeit eine andere gegenüber, welche die Wärme als Folge eines Bewegungszustandes auffasst und als Maass der Wärme die den Molekeln oder kleinsten Theilchen innwohnende Wucht betrachtet. Diese mechanische Wärmetheorie gelangte erst in den letztvergangenen Jahrzehnten zum allgemeinen Durchbruch; allein schon im vorigen Jahrhundert hatte dieselbe ihre entschiedenen Vertreter, und unter diesen sind ganz besonders Johannes und Daniel Bernoulli und zugleich noch

ein dritter Basler Mathematiker Jacob Hermann hervorzuheben. Es würde mich nun viel zu weit führen, wenn ich im Einzelnen Ihnen vorlegen wollte, wie nach und nach in den verschiedenen physikalischen Disciplinen die stofflichen Theorien immer mehr durch die mechanischen verdrängt worden sind. Seit dem Jahre 1847, wo Helmholtz in der physikalischen Gesellschaft zu Berlin seinen epochemachenden Vortrag über die Erhaltung der Kraft hielt, haben die Forscher auf dem Gebiete physikalischer Wissenschaft ganz allgemein sich der Anschauung zugewandt, dass für sämmtliche physikalische Vorgänge, im grossen Weltall so gut wie im Laboratorium, der Satz der Erhaltung der Energie ausnahmslos seine Geltung hat, und dass Licht, Wärme, chemische Action, Magnetismus und Elektricität so gut wie Schwerkraft und Schall nach mechanischen Grössen gemessen werden können. Jedermann weiss, dass die genannten Agentien in der mannigfachsten Weise entstehen und vergehen, dass wir sie erzeugen und verbrauchen können; allein der Satz der Erhaltung der Energie gebietet, dass jeder Einnahme eine Ausgabe und jeder Ausgabe eine Einnahme entspricht. Die Form, in welcher die Energie auftritt, kann in der mannigfaltigsten Weise sich ändern, es kann Arbeit in Schall, Elektricität in Licht, chemische Arbeit in Wärme umgesetzt oder verwandelt werden, die Umwandlung kann in dem einen oder andern Sinne stattfinden, also z. B. Wärme in Arbeit oder Arbeit in Wärme; allein bei allen diesen Wechselwirkungen der Naturkräfte bleibt sich eines immer gleich, nämlich die Menge der vorhandenen Energie, indem bei Anwendung dieses mechanischen Maasses jeder Einnahme eine gleich grosse Ausgabe entspricht, und umgekehrt. So lässt sich bei dem jetzigen Standpunkte die Arbeit des forschenden

Physikers mit der eines gewissenhaften Buchhalters vergleichen, der streng darauf sieht, dass zwischen Soll und Haben stets die Bilanz gehalten wird; und der, wenn das irgend ein Mal nicht genau eintritt, nicht ruht, bis er in einem der vielen Conti den falsch eingetragenen Posten oder den Rechnungsfehler findet. So wenig als der Kaufmann an der Richtigkeit der Grundsätze der doppelten Buchhaltung, zweifelt der Physiker an der Gültigkeit des Satzes der Erhaltung der Energie. Der Vergleich mit dem Buchhalter gilt für den Naturforscher; dem Naturdichter wollen wir desshalb nicht zumuthen, dass er sich das Buch der Natur, in dem er zu lesen sucht, wie ein grosses Hauptbuch vorstelle.

Ich möchte nun gerne noch zum Schluss an einigen Beispielen, besonders auch solchen, welche mit dem Anfangs erwähnten Fortschritt auf dem Gebiete der Technik in Zusammenhang stehen, die Bedeutung des Satzes von der Erhaltung der Energie erläutern.

Die Fortschritte auf dem Gebiete der Industrie in der ersten Hälfte der hinter uns liegenden hundert Jahre knüpfen sich, wie schon erwähnt wurde, wesentlich an die stets grössere Verbreitung der Dampfmaschine. Sie mag uns in erster Linie ein deutliches Beispiel geben für die Umsetzung der Energie. In jedem Kilogramm Steinkohle besitzen wir einen Vorrath chemischen Werkes, der in runder Zahl etwa 40,000 Pferdekräfte beträgt und der durch den Verbrennungsprocess in Molecularwucht umgesetzt werden kann und dann das erzeugt, was wir Wärme nennen. Von dieser Wärme sucht man so viel als möglich durch die Kesselwände dem Wasser zuzuführen; dadurch wird die kinetische Energie der Wassermolekeln in solchem Grade vermehrt, dass sie die Fesseln des flüssigen Aggregatszustandes sprengen

und in der neuen Form des Dampfes mit grosser Geschwindigkeit an die Wände schiessen und dadurch einen Druck ausüben, der dazu dient, den Kolben im Cylinder hin und her zu bewegen und so eine nützliche Arbeit zu verrichten. Bei dieser Ueberführung des vorräthigen chemischen Werkes der Steinkohle in nützlich verwendbare Arbeit erhält man bei den best gearbeiteten Maschinen nicht einmal den zehnten Theil; es gehen also neun Zehntel verloren, doch nur, wenn wir den rein praktischen Standpunkt des Industriellen einnehmen, der alles für verloren ansieht, was nicht dem von ihm beabsichtigten Nutzen entspricht; nicht verloren ist die Energie für das physikalisch gebildete Auge, es findet die vollen neun Zehntel in der Wärme des Kesselhauses, der durch den Schornstein abziehenden Verbrennungsgase, des Condensationswassers der Maschine und der durch die Reibung erhitzten Lager. Das umgekehrte Problem, das heisst die Umwandlung mechanischer Arbeit in Wärme, kann in einer viel vollkommeneren Weise bewerkstelligt werden; da ist leicht dafür zu sorgen, dass schliesslich die gesammte aufgewandte mechanische Arbeit die Form der Wärme annimmt; allein diese Art der Umwandlung, die sich überall da, wo Hindernisse der Bewegung entgegentreten, von selbst einstellt, wird selten von uns beabsichtigt; die nützlich verwendbare mechanische Arbeit ist im Allgemeinen eine kostbarere Form der Energie als die Wärme; es lohnt sich desshalb mit merklichem Verlust die letztere in die erstere umzuformen, während es gewöhnlich ein schlechtes Geschäft ist, aus mechanischer Arbeit Wärme zu erhalten.

Wir haben schon erwähnt, dass in der zweiten Hälfte der hinter uns liegenden hundert Jahre die Elektricität fast noch grössere Wunder zu Tage geför-

dert hat als es vorher der Dampf gethan; und die Zukunft lässt hier noch manches erwarten. Auch auf diesem Gebiete eröffnet uns der Satz der Erhaltung der Energie klaren Einblick in die mannigfachen Verwandlungen. Die in so mancher Hinsicht noch geheimnissvolle Naturkraft, der wir den Namen Elektricität geben, verdankt ihre Allgewalt hauptsächlich dem Umstande, dass es verhältnissmässig leicht ist, alle möglichen Formen mechanischer Energie in Elektrizität umzuwandeln und ebenso auch aus dieser die andern Arten von Energie wieder zu erzeugen. Fügen wir noch dazu die Eigenschaft', dass die Elektricität in hohem Grade canalisirbar ist und in der kürzesten Zeit nach jedem von einem Drahte erreichbaren Orte gebracht werden kann, so ist mit diesem werthvollen Agens ganz allgemein das Problem zu lösen, irgend eine Energie, über die wir verfügen, so zu sagen momentan an den gewünschten Ort zu bringen und zugleich in die dem Zweck entsprechende Form überzuführen; wenn auch schon die praktische Ausführung im einzelnen Falle noch manche Schwierigkeiten bieten mag.

Von hier an war der Vortrag mit Versuchen begleitet, welche die Bedeutung der Elektrizität bei Umwandlung und Uebertragung der Energie veranschaulichen sollten; für diesen Theil der Rede geben wir, um abzukürzen, nur den Gedankengang und die Aufzählung der angestellten Versuche.

Ein vierpferdiger Gasmotor im Souterrain trieb eine Bürgin'sche Dynamomaschine, deren Strom theils zur Demonstration der verschiedenen Wirkungen, theils zur Herstellung des elektrischen Lichtes beim Benützen eines Projektionsgalvanometers gebraucht wurde.

Erzeugung der Elektrizität aus potentieller chemischer Energie.

Ein Zinkstreifen und ein Kupferstreifen, getaucht in ein Gefäss mit angesäuertem Wasser, geben einen Strom, der die Nadel des Projektionsgalvanometers ablenkt. — Galvanismus.

Leistung chemischer Arbeit durch Elektrizität.

Die kräftige Wasserzersetzung des ungefähr 25 Ampère starken Maschinenstromes wird gezeigt. — Elektrochemie, Galvanoplastik.

Erzeugung der Elektrizität durch Wärme.

Ein in warmes Wasser getauchtes Thermoelement giebt die Ablenkung der Galvanometernadel. — Die Gasflamme unter einer Noë'schen Thermosäule wird angezündet, wodurch eine elektrische Glocke zu läuten beginnt. — Thermoströme.

Erzeugung von Wärme und Licht durch Elektrizität.

Der Maschinenstrom wird durch einen längern Platindraht und durch ein dünnes Kohlenstäbchen geleitet und bringt dieselben ins starke Glühen; darauf wird er zur Erzeugung des elektrischen Bogenlichtes verwendet. — Galvanokaustik. — Elektrische Beleuchtung.

Erzeugung der Elektrizität durch Schall.

Die Drähte eines Bell'schen Telephons führen zu aufgehängten präparirten Froschschenkeln und diese werden durch die menschliche Stimme zum Zucken gebracht. — Abgabeapparat des Telephons.

Erzeugung des Schalles durch Elektrizität.

Empfangsapparat des Telephons.

Erzeugung der Elektrizität durch mechanische Arbeit.

Ein Magnet wird in eine Inductionsspule geschoben und gibt einen Strom, der die Galvanometernadel ablenkt. — Magnetoelektrische und dynamoelektrische Maschinen.

Erzeugung der mechanischen Arbeit durch Elektrizität.

Ein Elektromotor wird vermittelst des Stromes einer Batterie in Bewegung versetzt.

Uebertragung der mechanischen Energie durch Vermittlung der Elektrizität.

Telegraph. — Telephon. — Der von der im Souterrain arbeitenden Dynamomaschine kommende Strom wird auf eine zweite im Hörsaal aufgestellte Dynamomaschine, welche als Elektromotor wirkt, geleitet; eine Seiltransmission überträgt die von dieser

geleistete Arbeit auf einen als Pumpe wirkenden Schmid'schen Wassermotor, der das Wasser aus einem Zuber in die Höhe pumpt und dann in kräftigem Strahl wieder herunterfallen lässt. — Elektrische Kraftübertragung.

Ich bin mit den Versuchen, die ich Ihnen zur Veranschaulichung dieses für das gesammte Gebiet der physikalischen Wissenschaft höchst wichtigen Prinzipes vorführen wollte, zu Ende und Sie werden vielleicht finden, dass ich schliesslich weit von Daniel Bernoulli weggekommen bin und dass in der modernen Wissenschaft und Technik der Satz von der Erhaltung der Energie Anwendungen gefunden hat, die gewiss niemand vor hundert Jahren sich hat träumen lassen. Allein das hindert nicht, dass wir dennoch angesichts der Fortschritte unserer Zeit gerne und dankbar auf die Männer zurückblicken, die in früheren Jahrhunderten, getrieben vom reinen Drang nach Erforschung der Wahrheit, uns vorgearbeitet und den Weg gebahnt haben. Das ist ja gerade das Grossartige des richtigen wissenschaftlichen Gedankens, dass er bei allem Wechsel der äusseren Verhältnisse in stets neuer Form wieder ersteht; somit sind wir berechtigt auch auf diese Unsterblichkeit den Wahlspruch anzuwenden, der den im Kreuzgang des Münsters aufgestellten Grabstein unseres grossen Mathematikers Jacob Bernoulli, in Erfüllung eines von ihm selbst ausgesprochenen Wunsches, ziert und als Umschrift der durch Abwickelung bis in alle Ewigkeit sich stets wieder selbst erzeugenden logarithmischen Spirale kurz also lautet:

EADEM MUTATA RESURGO.

Feier zur Erinnerung

an

Leonhard Euler.

Am Samstag, den 17. November 1883, veranstaltete die Naturforschende Gesellschaft, der Ferien wegen etwas verspätet, im grossen Saale des Bernoullianums eine öffentliche Feier zur Erinnerung an die am 18. September 1783 zum Abschluss gelangte Wirksamkeit **Leonhard Euler's.** Nachdem der Präsident, Herr Prof. Vöchting, die zahlreich anwesenden Gäste, unter ihnen besonders die Herren Prof. Rud. Wolf aus Zürich, Director Cherbuliez aus Mülhausen, Prof. Stickelberger aus Freiburg i. B. und Dr. Rudio aus Zürich, willkommen geheissen, hielten die Herren Proff. Fr. Burckhardt, H. Kinkelin und Hagenbach-Bischoff die nachfolgenden Vorträge über Euler's Leben, über seine mathematischen Arbeiten und über seine Verdienste um Physik und Astronomie. Auch diesmal überraschte Herr Collin-Bernoulli

die Versammlung mit einem interessanten Geschenke, dem Lehrbrief des Malers Niclaus Bernoulli.

Zum Schlusse vereinigte ein einfaches Mahl die Festtheilnehmer noch lange fröhlich im Schützenhause.

Vortrag

von Prof. **Fr. Burckhardt.**

Hochverehrte Versammlung.

Wer die Halle dieses Gebäudes betritt, wird durch die darin aufgestellten Büsten zunächst daran erinnert, dass das Gebäude bei der Familie seinen Namen entlehnt, welche einst den Ruhm baslerischer Gelehrsamkeit in der ganzen civilisierten Welt verbreitet hat; dann aber auch daran, dass neben und mit jenen wissenschaftlichen Heroen ein anderer während eines langen Lebens und weit darüber hinaus die Führung in der mathematischen Wissenschaft übernommen und durch eine ins Unglaubliche gesteigerte Produktion, eine kaum vor ihm da gewesene Eleganz in der Behandlung der Elemente und der höhern und höchsten Aufgaben seiner Wissenschaft, eine Sicherheit und Kraft in der Verwendung aller, auch der schwierigsten Hilfsmittel das Erstaunen des vorigen Jahrhunderts und die Bewunderung aller folgenden Jahrhunderte sich gesichert hat: Leonhard Euler.

Er war der unsrige durch Geburt, Erziehung und Ausbildung, und ist in Sprache und Sitte sein Leben lang der unsrige geblieben, wenn er auch das Feld seiner Thätigkeit nicht unter uns gefunden hat, sondern

dazu berufen war, zwei wissenschaftlichen Körperschaften, den Akademien von Petersburg und Berlin den höchsten Glanz zu bereiten. Wenn wir daher heute seiner gedenken, weil seit seinem Tode ein Jahrhundert verflossen, so greifen wir nicht in fremdes Recht, sondern wir erfüllen eine bürgerliche Pflicht und werden darin weder gestört noch beeinträchtigt durch jene wissenschaftlichen Institute, welche dieses Gedenkjahr stumm scheinen verstreichen zu lassen.

Mir ist die Aufgabe zugewiesen, Ihnen Einiges aus den Lebensschicksalen Euler's zu erzählen.

Leonhard Euler wurde am 15. April 1707 in Basel geboren. Seine Eltern waren Pfarrer Paul Euler und Margaretha Bruckner. Der Vater war ein eben so eifriger als fähiger Schüler des im Jahr 1705 verstorbenen Jakob Bernoulli; er trat 1708 die Pfarrei Riehen an und hier verlebte Leonhard seine ersten Jugendjahre, wurde von seinem Vater für Basels Schulen vorbereitet und in die Elemente der Mathematik eingeführt. Vom 13. Jahre an, in welchem am 9. Oktober 1720 der Knabe in die Universitätsmatrikel eingetragen wurde, besuchte er die lectiones publicas, welche ihm vorgeschrieben waren, mit Fleiss und Erfolg, wurde nach dem Wunsche des Vaters am 29. Oktober 1723 unter dem Dekanate von Samuel Werenfels in die theologische Fakultät eingeschrieben und erlangte, siebzehn Jahre alt, die Magisterwürde am 8. Juni 1724 zugleich mit dem drei Jahre jüngern Johannes II. Bernoulli.

Allein die Anregungen, welche Euler von Joh. Bernoulli (I.) erhielt, zogen ihn so sehr an, rissen ihn so sehr fort, dass ihm der Vater bald seine Einwilligung zum Betriebe mathematischer Studien gab, die er nun unter der Leitung des ausgezeichnetsten Lehrers seiner Zeit betrieb, mit einem Erfolge, der den Meister

bald erkennen liess, was von einem solchen Schüler zu erwarten sei. Euler war eng befreundet mit den drei Brüdern Niklaus, Daniel und Joh. Bernoulli. Als nun die beiden erstern im Jahre 1725 an die neu gegründete Akademie in St. Petersburg berufen wurden, versprachen sie ihm dafür zu sorgen, dass auch für ihn sich eine passende Anstellung finde. Sie bemühten sich denn auch darum mit einem Eifer, den Menschen gewöhnlichen Schlages angewendet hätten, um sich einen so gefährlichen Concurrenten vom Leibe zu halten. Schon 1726 sandte Daniel Bernoulli an Euler einen Brief des Präsidenten der Akademie, Blumentrost, mit der Bemerkung, dass er mit grosser Ungeduld erwartet sei, und dass er womöglich noch diesen Winter verreisen solle; er empfiehlt ihm sich in Anatomie und Physiologie zu vervollkommnen und der Akademie bald eine Arbeit eigener Hand zu schicken, aus welcher sie erkenne, dass, so viel Gutes er (D. B.) auch von ihm gesagt habe, noch lange nicht genug gesagt sei, indem er behaupte, der Akademie einen viel grössern Dienst geleistet zu haben, als ihm. So schrieb man dem neunzehnjährigen Jüngling.

Euler besann sich und trieb Anatomie und Physiologie. Noch schrieb er eine Dissertation zur Bewerbung um die erledigte Professur der Physik in Basel 1727. Aus welchem Grunde er doch nicht im Loose erschien, weiss ich nicht. Der Dreiervorschlag enthielt die Namen: Dr. Hermann, Prof. in St. Petersburg, Dr. Stehelin und Herr Birr, cand. med., und gewählt wurde durch das Loos der zweite, nicht gerade zu besonderem Vergnügen Joh. Bernoulli's. Damals trat er zum ersten Male als Bewerber auf um einen Preis der Pariser Akademie und zwar bearbeitete er die zweckmässigste Bemastung der Schiffe. Obwohl er selbst noch kein

grösseres Schiff gesehen hatte, erhielt er neben einem bewanderten Schiffstechniker den zweiten Preis. Es war diess der Anfang einer ganzen Reihe von Preisbewerbungen, bei denen er zwölf Mal mit seinen Landsleuten oder über ihnen als Sieger hervorgieng.

Er reiste 1727 nach St. Petersburg und wurde Adjunkt der mathematischen Klasse der Akademie. Als aber sein älterer Landsmann und Verwandter Jakob Hermann, auch ein ausgezeichneter Schüler Jakob Bernoulli's, im Jahre 1730 nach langem Heimweh seine Stellung als Akademiker in St. Petersburg verliess, um in Basel eine Professur der Moral anzutreten, rückte Euler in die freigewordene Stelle ein (1730). Schon hatte er einige Abhandlungen den akademischen Schriften einverleibt; aber nun erst begann eine Thätigkeit und eine Produktionskraft, welche in der Wissenschaft ihresgleichen sucht. Ich werde später einige statistische Notizen hierüber angeben. Und dass diese Arbeiten nicht nur durch ihre Zahl, sondern auch durch ihren Gehalt imponierten, dafür mag die Korrespondenz mit seinem Lehrer Joh. Bernoulli zeugen, der allmälig selbst von höchster Bewunderung erfüllt wurde. So schreibt er ihm zuerst als Doctissimo ac ingeniosissimo viro juveni L. Eulero, steigert aber bald seine Epitheta zu viro clarissimo et Mathematico longe acutissimo, viro celeberrimo atque longe eximio, viro incomparabili Leonhardo Eulero, Mathematicorum Principi.

Dan. Bernoulli kehrte 1733 in seine Vaterstadt zurück, um daselbst jene so fruchtbare Thätigkeit zu beginnen, von welcher ich bei einem andern Anlasse gesprochen habe. Euler rückte an der Akademie in seine Stelle ein. Kurze Zeit nach des Freundes Abreise gründete Euler einen eigenen Hausstand, indem er sich verheirathete mit Katharina Gsell von St. Gallen, aus

welcher Ehe er 13 Kinder erhielt, darunter als hervorragenden Gelehrten den ältesten Sohn Joh. Albert, der an den spätern Arbeiten seines Vaters grössten Antheil genommen hat. Er wurde selbst Mitglied der Berliner und der Petersburger Akademie. Aus einer zweiten Ehe, welche er 1776 mit der Halbschwester der verstorbenen Gattin schloss, entsprossen keine Kinder.

Im Jahr 1735 wurde von der Akademie verlangt, eine Hilfstafel zur Zeitbestimmung aus correspondierenden Sonnenhöhen aufzustellen, welche für jeden Grad der Deklination und für jeden Unterschied der Beobachtungszeiten von 1—18 Stunden die Mittagsgleichung bis auf Terzien genau angebe. Verschiedene Akademiker verlangten dafür einige Monate Zeit; Euler vollendete sie in 3 Tagen; aber um welchen Preis! Er wurde von einer fieberhaften Krankheit befallen, welche ihn an den Rand des Grabes brachte. Zwar genas er wieder, aber er verlor sein rechtes Auge durch einen Abscess. Dieses Unglück unterbrach seine rastlose Thätigkeit nicht; es erschienen sogar bald nach demselben einige seiner bedeutendsten und umfangreichsten Publikationen und verbreiteten seinen ruhmvollen Namen durch ganz Europa.

Friedrich II. von Preussen, welcher 1740 den Thron bestieg, hatte den Willen, der höchsten wissenschaftlichen Landes-Anstalt, welche fast zur Leblosigkeit herabgesunken war, durch Zuzug frischer Kräfte neues Leben einzuflössen. Er berief Euler, dem in Russland der Aufenthalt scheint unangenehm geworden zu sein. Aus den Resten der königl. Gesellschaft und den neu herbeigezogenen Gelehrten entstand die Akademie der Wissenschaften in Berlin. Director der mathematischen Klasse war Euler.

Als er einst der Königinn-Mutter vorgestellt und

von ihr mit grösster Familiarität und Freundlichkeit aufgenommen wurde, war diese über die Einsilbigkeit des Gelehrten verwundert. Sie fragte ihn, warum er nicht reden wolle; Ich komme, antwortete er, aus einem Lande, in welchem man gehenkt wird, wenn man spricht.

Trotz dieser anfänglichen Einsilbigkeit kam er in intimere Beziehungen zum Königshause. Nicht nur wandte sich der König oft an seine Einsicht in technischen Dingen, wie bei der Erstellung des Havel-Oder-Kanales, den Wasserwerken in Sans-Souci, bei Lotterie- und Finanzprojekten, Lebensversicherungen, auch die Prinzen brauchten ihn als Lehrer, so der Markgraf Heinrich von Brandenburg für seine Töchter, an deren Eine die Briefe gerichtet sind, welche als Fortsetzung des Unterrichts unter dem Titel: „Lettres à une Princesse d'Allemagne sur quelques sujets de Physique et de Philosophie" veröffentlicht und mit eben so viel Tadel als Beifall aufgenommen worden, welche aber als sehr gelungene Versuche der Popularisierung wissenschaftlicher Gegenstände anzusehen sind.

Seine ganz unermüdliche Arbeitskraft füllte die Publikationen der Akademie. Er überragte, da Johannes Bernoulli im Greisenalter, er selbst in den rüstigsten Jahren stand, alle Mathematiker seiner Zeit.

Als Johannes Bernoulli am 1. Januar 1748 entschlafen war, hielt man es in Basel für nicht unmöglich, dass als dessen Nachfolger Euler sich würde gewinnen lassen.

Am 26. Januar 1748 verzeichnet das Regenzprotokoll folgendes:

Wan D. Joh. Bernoulli sich simpliciter wird declariert haben die professionem matheseos anzunemmen, wie solche unsere gnaedige HH. Ihme werden auftragen lassen, und dan ferners schriftliche Versicherung wird

zu Handen gebracht sein, dass Herr Prof. Eyler in Berlin diese Profession nicht begehre, so solle ein memoriale unsern Gnaedigen HH. vorgelegt werden, darinnen zwar nichts von dem additamento personali gemeldet, doch aber nach Vermögen die Gründe vorgebracht, welche Hochdieselben vermögen sollten ampl. Regentiae die Hand zu öffnen, um R. D. Joh. Bernoullio die professionem aufzutragen.

Das Protokoll enthält keine Antwort Euler's; in Leu's Schweizerlexikon steht nur: „woran aber einige Umstände ihn behindert und er sich annoch in Berlin aufhaltet (1751).“

Nach dem 1745 erfolgten Tode seines Vaters, des Pfarrers in Riehen, forderte er seine Mutter wiederholt auf, zu ihm nach Berlin zu kommen; in der That holte er sie 1751 in Frankfurt ab und behielt sie bei sich bis an ihr Lebensende 1761.

Es fehlt Euler nicht an Ehrenbezeugungen aller Art, welche aufzuzählen mich zu weit führen würde. Eine aber mitzutheilen kann ich mir nicht versagen.

Die Akademie der Wissenschaften in Paris ernennt aus der Zahl der nicht einheimischen Gelehrten acht der hervorragendsten zu auswärtigen Mitgliedern (Associés étrangers). Beim Tode Eines derselben rückt ein neuer Gelehrter ein. Obgleich nun im Jahre 1755 die Zahl der auswärtigen Mitglieder vollständig war, wurde er doch als neunter eingereiht mit dem Vorbehalte, dass beim nächsten Todesfalle die Lücke als ausgefüllt angesehen werde; zugleich aber habe ihm der König seinen ältesten Sohn Joh. Albert, ebensowohl aus Achtung für das Andenken des Vaters, als um seiner persönlichen Verdienste willen als Nachfolger in dieser Stellung bezeichnet.

Fünf und zwanzig Jahre lang leitete er die mathe-

matische Abtheilung der Akademie; aber niemals hatte er den Verkehr mit Petersburg ganz abgebrochen, sondern fortwährend seine Abhandlungen dorthin gesandt, wofern er sie nicht in den Berliner Memoiren veröffentlichte.

Es fallen in jenen 25 Jahren auf letztere (1741—1765) 119 } Abhandlungen.
und auf die Petersburger „ 109 }

Zufolge einer von J. G. Sulzer von Winterthur, Akademiker in Berlin, mitgetheilten Notiz hatte sich Euler durch ungeschicktes Benehmen in einer die Akademie betreffenden geschäftlichen Angelegenheit in eine schiefe Stellung zu einigen Kollegen und zum König gebracht, ohne dass übrigens für ihn irgend welche Gefahr damit verbunden gewesen wäre; indessen belebte dieser Umstand den Wunsch Euler's, wieder nach Petersburg überzusiedeln. Andere Verhältnisse kamen der Erfüllung zu Hilfe.

Um den Glanz der Petersburger Akademie zu erhöhen, berief die Kaiserin Catharina, welche sich 1762 auf den Thron erhoben hatte, den berühmten Mathematiker aus Berlin, 1766, mit einem Jahresgehalt von 3000 Rubeln und mit der Aussicht auf einen Wittwengehalt von 1000 Rubeln. Dieser nahm das Anerbieten an und erhielt mit einiger Schwierigkeit seinen Abschied in Berlin, und kam am 17. Juli 1766 nach St. Petersburg. Die Kaiserin zog ihn zur Tafel und beschenkte ihn mit 8000 Rubeln zum Ankauf eines Hauses. Kaum war er in diesem eingerichtet, als auch auf seinem linken Auge sich ein Staar zu bilden begann und ihn zu gänzlicher Arbeitsunfähigkeit zu verurtheilen schien. Allein sein ganz erstaunliches Gedächtniss, das ihn zu allen Zeiten gefördert hatte, bot ihm nun die Möglichkeit, weiter zu arbeiten.

Euler hatte in seinem Arbeitszimmer einen grossen, mit Schiefer bedeckten Tisch, auf welchen er mit grossen Schriftzügen seine Formeln und Rechnungen schrieb. Er bediente sich dieses Tisches auch als einer Stütze, wenn er sich im Zimmer Bewegung geben wollte, indem er mit der Hand dem Rande entlang glitt und so nach und nach den Umfang glänzend polirte. Seinen Schülern und Mitarbeitern entwickelte er seinen Gedankengang, überliess ihnen die weitern Ableitungen und Rechnungen, sowie die Redaktion, deren Concept ihm vorgelesen und von ihm ergänzt oder verändert wurde. Die verwickeltsten Rechnungen machte er im Kopfe in weniger Zeit, als ein anderer schriftlich und er irrte sich selten.

Aber auch die dem fast ganz erblindeten Greise nothwendige Gewohnheit der häuslichen Umgebung wurde 1771 durch eine ausgebrochene Feuersbrunst, welche auch sein Haus ergriff, zernichtet. Ein in Petersburg wohnender Basler Handwerker, Peter Grimm, stürzte sich in das brennende Haus und trug den Blinden aus den Flammen; die Bibliothek wurde zerstört, die meisten Manuskripte konnten gerettet werden, hauptsächlich durch die Bemühungen eines Grafen Orloff, der in dem allgemeinen Getümmel das Auge auf dieselben gerichtet hatte. Ein neues grossmüthiges Geschenk der Kaiserin verminderte Eulers Verlust.

Wenige Monate nachher liess sich Euler durch einen bekannten Augenarzt, Baron von Wenzel, den Staar stechen und zwar, wie es schien, mit Erfolg. Bald aber, aus welchem Grunde steht nicht fest, verlor er unter grossen Schmerzen das Gesicht vollständig.

War hiemit das Werk seines Lebens vollbracht? Gerade als ob sich mit dem Auslöschen des Augenlichtes eine neue innere Flamme entzündet hätte, so

ging die Arbeit in gesteigertem Maasse fort, unter der Hilfe seines Sohnes, des Adjunkten Lexell und des bis an Eulers Lebensende mit ihm innig verbundenen Niklaus Fuss (1755—1825), den Daniel Bernoulli dem blinden Greise zur Beihilfe aus Basel 1773 zugeschickt hatte, in der Hoffnung, er werde nicht nur als Mitarbeiter, sondern auch als selbstständiger Mathematiker die Zufriedenheit Eulers erwerben, was in der That auch eintraf.

So verbrachte Euler die zehn letzten Jahre seines Lebens, körperlich kräftig und gesund und geistig thätig bis zum letzten Athemzuge.

Einige Anfälle von Schwindel, über welche er sich in den ersten Tagen des September 1783 beklagte, hinderten ihn nicht die Bewegung der eben erst bekannt gewordenen Luftballone zu berechnen und eine hierauf bezügliche schwere Integration zu vollenden, und sich mit dem neu entdeckten Herschel'schen Planeten Uranus zu beschäftigen. Indessen waren jene Schwindel die Vorboten des Todes, der am 18. September (neuen Styles) erfolgte. Beim Thee scherzte er noch mit einem seiner Enkel, als er plötzlich vom Schlage gerührt wurde. Mit den Worten: „Ich sterbe" verlor er das Bewusstsein und beschloss seine glorreiche Laufbahn.

Ueber die Zahl seiner Werke nur Weniges. Das Verzeichniss der selbstständigen Werke und der einzelnen in Gesellschafts-Denkschriften während seines Lebens veröffentlichten Abhandlungen umfasst bei der von Fuss geschriebenen Biographie 59 Druckseiten.

Er hatte den Wunsch ausgesprochen, dass die Petersburger Memoiren nach seinem Tode noch 40 Jahre lang Abhandlungen seiner Hand aufnehmen möchten und versprochen, dieselben zu liefern. Thatsache ist, dass die hinterlassenen Schriften nicht nur genügt ha-

ben, um unmittelbar nach seinem Tode drei stattliche Quartbände zu füllen, sondern auch um die 25 folgenden Bände der Petersburger Denkschriften zu zieren und dass im Jahr 1823, also nach Verfluss dieser 40 Jahre, noch 14 im Archiv blieben, welche die Akademie mit Schriften anderer Gelehrten 1830 veröffentlicht hat. Und als endlich der Nachlass als erschöpft angesehen wurde, fand der Sohn Paul Heinrich Fuss noch neue Inedita; die letzten wurden von ihm, dem Urenkel Eulers, als Opera posthuma publizirt, zu welchen im Auftrage unserer Regierung Friedrich Weber das Bildniss Eulers gestochen hat.

Den Werth dieser grossen Arbeit zu besprechen vermag ich nicht; aber das ist sicher, dass alle folgenden Zeiten sich der Leistungen dieses Schöpfers unter den Mathematikern erfreuen werden. Er arbeitete in allen Gebieten, am wenigsten wohl in der reinen Geometrie; selbst seine Erholung am Schach, Klavier oder an alten Klassikern verwandelte sich in Mathematik, überall sah er Form, Zahl, Kraft.

In Gesellschaft, besonders in seinem anwachsenden Familienkreise, war er heiter und erheiterte gerne durch sein fast untrügliches Gedächtniss, das ihm zum Beispiel nicht nur gestattete die ganze Aeneïde auswendig zu wissen, sondern auch je den ersten Vers auf jeder Seite seiner Ausgabe, oder die sechs ersten Potenzen der zwanzig ersten Zahlen im Kopf zu rechnen und zu behalten.

War er einerseits bisweilen leicht erregbar, so besänftigte er sich bald wieder. Fremde Arbeit und Leistung ehrte er, aufstrebende Talente förderte er, er freute sich jeder Wahrheit, wo dieselbe auch zu Tage gefördert wurde. In den Akademien schuf seine Anwesenheit Arbeitskraft; die Memoiren von Berlin und

von St. Petersburg datieren ihren Aufschwung vom jeweiligen Eintritt Eulers.

Obschon er mit hohen und höchsten Herrschaften in Verkehr kam, behielt er die Einfachheit seiner Sitten bis in sein Alter; der äussere Glanz hatte auf ihn keinen Einfluss.

Die baslerische Aussprache des Deutschen behielt er trotz Berlin und auch den Dialekt sprach er — oft zur Ueberraschung seiner Umgebung, namentlich des jungen Fuss — mit ursprünglicher Rauheit; er hatte seine Jugend in Riehen zugebracht.

Seine Frömmigkeit wurde weder durch die Schläge des Schicksals, noch durch den Umgang verändert; auch die aus Frankreich nach Berlin importierte Freigeisterei stiess ihn ab und veranlasste ihn zu einer apologetischen Schrift: Rettung der Offenbahrung gegen die Einwürfe der Freygeister.

Noch lange, sagt Fuss in seiner Gedächtnissrede, wird das Bild des ehrwürdigen Greises vor meinen Augen schweben, wie er gleich einem Patriarchen in dem muntern Cirkel seiner zahlreichen Enkel steht, und wie diese sich bestreben ihm sein Alter angenehm zu machen und seine letzten Tage durch aller Arten Aufmerksamkeiten und zärtliche Besorgnisse zu versüssen. Nie werde ich wieder ein so rührendes Schauspiel sehen, als mir damals beinahe täglich zu Theil ward.

Eulers fast vergessenes, aber später wieder aufgefundenes Grab schmückt ein Block finnländischen Granites mit der Inschrift:

LEONARDO EULERO ACADEMIA PETROPOLITANA.

Vortrag

von Prof. **H. Kinkelin.**

Hochgeehrte Versammlung.

Dem Mathematiker als solchem ist es gleichgültig, ob die Begriffe von Raum und Zeit den Menschen angeboren oder von ihnen durch Erfahrung erworben sind. Es genügt ihm zu wissen, dass sie, soweit die Kunde zeitlich und räumlich reicht, ein gemeinsames Gut aller denkenden Wesen sind. Aber wie verschieden ist ihre Ausbildung bei den einzelnen Individuen und Völkern, von dem bedürfnislosen Wilden, dessen Zählkunst nicht weiter als bis fünf reicht, bis zu dem in die tiefsten Spekulationen sich versenkenden europäischen Forscher!

In der Tat, von so einfacher Natur der Begriff des Raumes an sich ist, so unendlich mannigfach werden seine Beziehungen, wenn er in seine Unterbegriffe: Fläche, Linie, Punkt zerlegt wird. Die Vielgestaltigkeit dieser Beziehungen wird noch grösser, wenn man den Raum mit der Zeit in Verbindung bringt durch Bewegung einzelner Punkte, Linien, Flächen oder Einzelräume. Nimmt man endlich zu den Bewegungen ihre in der Form von Kräften wirkenden Ursachen hinzu, so eröffnet sich der Betrachtung ein unabsehbares Feld,

dessen Inhalt nicht zu erschöpfen ist. Diese Entwicklungsstufen haben die mathematischen Wissenschaften wirklich durchlaufen: zuerst lediglich die Betrachtung der Beziehungen der Punkte, Linien und Flächen unter sich, die Mathematik der Alten; dann die Herbeiziehung der Bewegungen und der Kräfte, die Mathematik der Neuern. Diesen Verlauf nimmt jetzt noch der mathematische Unterricht in der Schule.

Wer kennt sie nicht, die Geometrie des Euklides, mit ihren Dreiecken, Quadraten, Kreisen, deren Ausmessung in Linien, Winkeln und Flächenraum mit den Kunstgriffen des Aufeinanderlegens und der Anwendung von Hilfslinien untersucht wird? Kann sich ihr doch Keiner entziehen, der eine heutige Schule besucht, dieser Wissenschaft des reinen Verstandes, deren Schlüsse niemals fehl gehen und eine durch nichts übertroffene Gewissheit besitzen. Die Werke eines Apollonius, eines Archimedes gehören zu dem Grössten, was menschlicher Scharfsinn geschaffen hat.

Wir wissen, wie die alte Kultur in ihrer weitern Entwickelung unterbrochen wurde: Barbaren haben sie vernichtet. Aber auch ohne die zerstörende Völkerwanderung hätten die mathematischen Wissenschaften ohne Herbeizug neuer Elemente schwerlich einen höhern Grad der Vollkommenheit erreichen können.

Ein unendlicher Geist müsste alle Grössenverhältnisse auf einmal überschauen, sie wären ihm selbstverständlich, weil gleichsam in ihm wohnend. Nicht so der endliche Menschengeist. Nur mühsam vermag er das Dunkel zu durchdringen, in das die Tiefen der ihn umgebenden Welt sich hüllen. Der Dinge sind wenige, die sich ihm von selbst erschliessen, die er durch Intuition erkennt. Er ist darauf angewiesen, zusammengesetztere Verhältnisse durch die Analyse auf einfache

Grundbegriffe zurückzuführen. Erst von diesen aus vermag er dann durch die Synthese, sich aufzuschwingen. Der Weg zum Einfachen ist der beschwerlichste. Die einfache Wahrheit ist wie ein Dornröschen im undurchdringlichen Dickicht verborgen, bis der glückliche Prinz kommt, der es erlöst und an's Licht führt.

Die Geschichte jeder Wissenschaft, auch der mathematischen, zeigt, wie sehr der menschliche Geist an die Vergangenheit gebunden ist, wie schwer er sich gewohnten Anschauungen, gewohnter Denkweise entreisst. Neue Gedanken vermag er nur zu fassen, wenn neue Veranlassungen ihn darauf leiten. Zahl und Art der Hilfsmittel zum Betreten und Verfolgen noch unbegangener Wege stehen im Verhältniss zur Menge solcher Veranlassungen. Je weniger derselben, um so weniger Hilfsmittel, um so kleiner der Fortschritt.

Noch mehr. Auch das abstrakte Denken kann der äussern Form nicht entbehren, es ist daran gebunden und kann sich von ihr nicht lösen. Je starrer, je ungelenkiger diese Form, um so beschränkter wird der Denkerfolg; je biegsamer die Denkform, um so reicher und vielgestaltiger werden die Ergebnisse der mit diesem Werkzeug ausgeführten Geistesarbeit.

An der Hand dieser Erfahrungssätze auf den Gang der Wissenschaft zurückblickend, erkennen wir sofort, warum die alte Mathematik keine wesentlichen Fortschritte mehr machen konnte. Den Alten fehlten zwei Hauptbegriffe, die heute unser Eigenthum sind. Der eine ist der der allgemeinen und stetigen Zahl. Sie stellten Zahlen stets durch Linien dar; ein anderes Substrat dafür war ihrer Wissenschaft unbekannt. Dies hängt — ob in Ursache oder in Wirkung, mag hier unerörtert bleiben — damit zusammen, dass sie keine systematische Zahlenschreibung hatten, sondern an ein Ziffer-

system gebunden waren, das eine wissenschaftliche Behandlung schlechterdings nicht zuliess. Waren sie auch im Stande, Zahlen durch Linien darzustellen, so wussten sie doch nicht umgekehrt Linien oder andere Grössen durch Zahlen auszudrücken. Es ist erstaunlich, welche Fülle von Geist und Arbeit Archimedes, der antike Euler, aufwenden musste, um das Verhältniss des Umfangs eines Kreises zu seinem Durchmesser mit einer Genauigkeit von nur zwei Dezimalen zu berechnen, eine Aufgabe, welche jetzt jeder einigermassen geübte Schüler mit Leichtigkeit löst.

Das zweite, was den Alten fehlte, ist die Einsicht in die Bewegung. Was sich darüber in ihren Schriften findet, darf teilweise als ungeheuerlich bezeichnet werden. Ihre geometrischen Figuren sind starr und unbeweglich wie die Form ihrer Beweise. Ihre Mechanik beschränkt sich auf die Lehre vom Gleichgewicht. Die Möglichkeit, dass Einzelne die Bewegung zur Auffindung von Wahrheiten benutzt haben, ist zwar nicht ausgeschlossen; allein, dass sie dieselbe zur logischen Verarbeitung dieser Wahrheiten nicht heranzogen, ist jedenfalls ein Zeichen, dass diese Denkform keine wissenschaftliche Geltung hatte und daher ein wirksames Hilfsmittel für die Forschung nicht abgeben konnte.

Es ist nicht meine Absicht, Ihnen die Geschichte der Mathematik vorzutragen. Euler's Wirksamkeit kann aber nur verstanden werden, wenn man das wissenschaftliche Erbe kennt, das er antrat. Sie mögen darum entschuldigen, wenn ich etwas weiter aushole, als es zur Darlegung seiner Leistungen vor Fachmännern notwendig wäre.

Der grosse Sturm der Völkerwanderung war verbraust, die Wissenschaft im weströmischen Reiche vernichtet, und auf das oströmische zurückgedrängt. Da

fegten in einem zweiten Völkersturm die Araber die noch übrig gebliebenen Bildungsstätten hinweg. Die antike Kultur lag in Trümmern und hatte ein Obdach nur noch in Byzanz. Jahrhunderte mussten vergehen, bis sich auf dem Trümmerfeld wieder Triebe aus den vergrabenen Samen der untergegangenen Bildung entwickeln konnten. Aber diese Triebe zeigten ein anderes Aussehen als die vorlängst verschwundenen Gestalten. Wohl hatten die Araber, deren Wanderzüge mehr einem religiösen Antrieb entsprungen waren, als dem der Raubsucht, welchem unsere germanischen Vorfahren gehorchten, manche Schätze der alten Wissenschaft bewahrt und sich angeeignet; allein sie bildeten dieselben in ihrer eigenen Weise weiter. Sie waren es, welche zunächst den ersten der an den Griechen nachgewiesenen Mängel ersetzten. Aus ihrer Heimat brachten sie das indische Ziffernsystem mit und verwerteten es praktisch und wissenschaftlich. Das Rechnen, bisher eine grosse Mühsal, wurde eine leichte Verrichtung und vermittelte hiedurch eine deutlichere Einsicht in den Zahlenbegriff. Auf dem Grund der gewonnenen neuen Abstraktion bauten sie eine neue Wissenschaft auf, gaben sie der Geometrie eine neue Form, die nicht ausschliesslich an Figuren klebte, sondern auch mit Zahlen operirte. Aus Nordafrika, Sizilien und Spanien drangen die neuen Kenntnisse in das mittelalterliche Europa ein. Die Araber erfanden die Algebra, die Italiener und die Deutschen bildeten sie fort. Das sechszehnte Jahrhundert ist reich an Entdeckungen, welche bald Gemeingut der wissenschaftlichen Welt wurden.

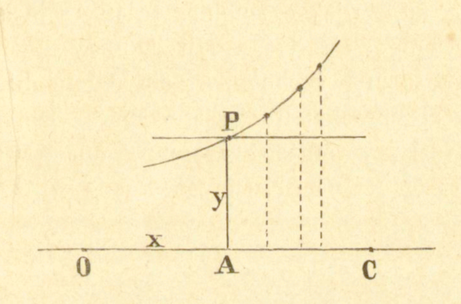
Die Zerstörung von Byzanz, der letzten Stätte altklassischer Kultur, durch die Türken veranlasste die Auswanderung vieler griechischer Gelehrten nach dem Abendland und wurde dadurch für dieses eine Quelle

reichen geistigen Gewinnes. Das Studium der Alten, nicht allein in ihren literarischen, sondern auch in ihren wissenschaftlichen Schriften nahm überhand, das Abendland entwickelte einen wahren Heisshunger nach dieser Nahrung und assimilirte sich dieselbe. Was Wunder, dass in den modernen, von den frühern so verschiedenen Menschen neue Gedanken, neue Denkformen sich bildeten, langsam zwar, aber mit wunderbarer Sicherheit! Kopernikus gebührt das Verdienst, diesem Prozess eine bestimmte Richtung gegeben zu haben. Seine Theorie des Planetensystems regte zum Nachdenken über die Gesetze der Bewegung an. Indem er, der Ueberlieferung entgegen, zeigte, dass die Planeten sich um die Sonne bewegen, veranlasste er Kepler, diese Bewegung näher zu studiren. Dieser fand, dass sie in einer elliptischen Bahn erfolge, während man sie bisher für kreisförmig gehalten hatte. Galiläi untersuchte die Gesetze des freien Falles der Körper und wurde so auf die Begriffe von Geschwindigkeit und Kraft geleitet, welche er in stetiger Arbeit von anfänglich vagen Anschauungen aus zu immer grösserer Klarheit und Vollkommenheit führte. Den grössten Schritt tat endlich Newton, indem er der Ursache nachforschte, welche die Planeten und den Mond in ihren Bahnen hält und diese elliptisch statt kreisförmig werden lässt. Dadurch fand er mit Hilfsmitteln, die ich sofort besprechen werde, die Theorie der Kräfte und ihrer Wirkungen.

Die neuen Hilfsmittel hatte Descartes in seiner genial hingeworfenen Geometrie geschaffen, deren Hauptgedanken Ihnen in Kürze auseinander zu setzen ich mir erlauben muss.

Denken wir uns eine feste Gerade in einer Ebene und auf ihr einen Punkt A. Seine Lage können wir dadurch bestimmen, dass wir seine Entfernung von

einem festen Punkt O auf der angenommenen Geraden angeben. Denn, kenne ich diese Entfernung OA, so kann ich sie mittelst eines Maßstabes abtragen und dadurch die Lage des Punktes A feststellen. Wir bezeichnen den Abstand OA mit x. Errichten wir in A eine Senkrechte zu der Geraden OA und geben ihr eine bestimmte Länge y, so bestimmen wir dadurch einen Punkt P in der Ebene. Umgekehrt: ist irgend ein Punkt P in der Ebene gegeben, so können wir immer sein zugehöriges x und y angeben.



Lässt man nun den Punkt A sich auf der festen Geraden stetig von A bis C bewegen, so ändert sich auch der Wert der Grösse x sprunglos. Man nennt eine solche Aenderung von x ebenfalls eine stetige und sagt, x wachse von einem Anfangswert bis zu einem Endwert, indem es alle Zwischenwerte durchläuft. Auf diese Weise gewinnen wir die Anschauung und den Begriff einer stetig veränderlichen Zahl.

Umgekehrt können wir jede stetig veränderliche Grösse irgend einer Art, z. B. die Zeit, indem wir sie mit ihrer Einheit vergleichen, durch eine veränderliche Zahl ausdrücken, und sodann durch eine Linie OA von veränderlicher Länge darstellen.

Wenn sich der Punkt A auf der Geraden OA fortbewegt, so läuft mit ihm auch die Gerade AP. Hiebei

kann deren Länge AP = y entweder unveränderlich oder veränderlich sein. Im ersten Fall beschreibt P eine Gerade parallel zu OA, im zweiten eine andere gerade oder krumme Linie. Wenn ich nun ein Mittel habe, zu jedem Wert von x den zugehörigen Wert von y zu rechnen, so kann ich die von P beschriebene Linie Punkt für Punkt zeichnen, indem ich zu jedem x das zugehörige y bestimme und mit einem Maßstab auf der Senkrechten AP auftrage. Wenn dies auch wegen der unendlichen Anzahl der in der Linie enthaltenen Punkte physisch als unmöglich erscheint, so ist es in abstrakto doch nicht weniger wahr. Das Mittel, um y zu einem angenommenen x zu berechnen, ist eine Gleichung, in der man sich y als unbekannte Grösse denkt. Der algebraische Ausdruck, vermittelst dessen y aus x gerechnet wird, heisst eine Funktion von x und wird bezeichnet mit

$$y = f(x).$$

z. B. $y = \frac{1}{x}, y = \sqrt{x + 4}$ u. s. w.

Auf diese Weise haben wir die Grundlage der Anschauung von der Abhängigkeit zweier Grössen x und y von einander gewonnen. Irgend zwei nicht geometrische veränderliche Grössen können an Hand derselben in eine geometrische Abhängigkeit gebracht werden.

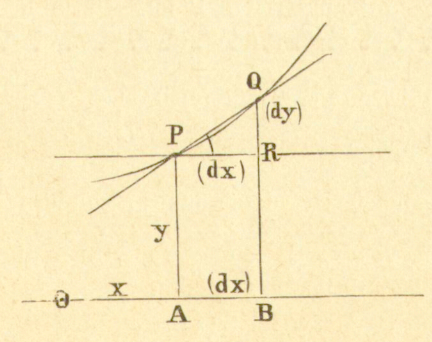
Hierin liegt das Prinzip der Bewegung, der stetigen Veränderlichkeit der Grössen, das den Griechen fehlte. Mit ihm vermag der moderne Mathematiker Höhen der Abstraktion zu gewinnen, die für jene unersteiglich bleiben mussten. In der Tat ist aber die Welt nicht aus unveränderlichen, sondern aus veränderlichen Grössen zusammengesetzt, und unter diesen hebt sich vor allen andern die Zeit

heraus, als ihrem Wesen nach stetig und unabhängig veränderlich.

So weit war die Begriffsentwickelung in der Wissenschaft zu Anfang der zweiten Hälfte des siebenzehnten Jahrhunderts vorgeschritten und hatte deren Aussehen total verändert: Bei den Alten alles fest, bei den Neuern alles veränderlich und mit Hilfe von Gleichungen auf einander beziehbar.

Es blieb noch die letzte Schranke zu übersteigen mit der Erfindung der Differenzial- und Integralrechnung. Wir verdanken den grossen Schritt zwei Männern, welche, anfangs befreundet, später sich wegen der Priorität der Erfindung in bitterer Fehde bekämpften und den Streit auf ihre Freunde und Schüler übertrugen: Newton und Leibnitz. Es ist jetzt festgestellt, dass beide unabhängig von einander, wenn auch nicht gleichzeitig, die Idee fassten und ihr Gestalt gaben. Sie gingen von folgenden höchst einfachen Gedanken aus.

Wenn es möglich ist zu jedem x den zugehörigen Wert der von ihr abhängigen Funktion y = f (x) zu berechnen, so ist es auch möglich, die Aenderungen von y zu bestimmen, welche dieses erleidet, wenn x um einen bestimmten Betrag wächst. Eine Aenderung AB



von x bringt eine Aenderung QR von y hervor; beide stehen in einem Zahlenverhältnis $\frac{QR}{PR}$, das von dem Winkel QPR so abhängt, dass

$$\frac{QR}{PR} = \text{tang. } QPR.$$

Nun ist klar, dass, wenn die Aenderung PR abnimmt, auch QR abnehmen wird, dass aber die Richtung von PQ sich einer bestimmten Grenzlage nähert, welche durch die geometrische Tangente an die Linie in P dargestellt wird. Es wird sonach der Winkel QPR einen bestimmten Grenzwert haben, folglich ist dies auch der Fall bei dem Verhältnis $\frac{QR}{PR}$ unendlich kleiner Aenderungen von x und y. Man bezeichnet die letztern nach Leibnitz gewöhnlich mit dx und dy (d der Anfangsbuchstabe von Differenz, Zunahme) und nennt sie Differenziale. Es wird daher $\frac{dy}{dx}$ eine bestimmte Grösse, wenn eine bestimmte Linie vorliegt. Die Linie ist aber gegeben, sobald man ihre Gleichung, d. h. die Form der Funktion kennt, mit deren Hilfe y aus x gerechnet werden kann. Man sieht sofort weiter, dass der Winkel, den die Tangente in P mit PR bildet, veränderlich wird, wenn man den Punkt P auf der Linie bewegt. Daraus folgt, dass auch das Verhältnis $\frac{dy}{dx}$ im allgemeinen eine veränderliche Grösse ist und von x abhängt. Demnach ist nicht nur y, sondern auch $\frac{dy}{dx}$ eine Funktion von x. Die letztere wird natürlich von der Form der Funktion

$$y = f(x)$$

abhängen und bestimmt sein, sobald diese gegeben ist. Man schreibt gewöhnlich:

$$\frac{dy}{dx} = f'(x)$$

und nennt f′ (x) die abgeleitete Funktion von f (x). Die Aufgabe der Differenzialrechnung ist es dann, aus der Funktion f (x) die abgeleitete f′ (x) zu finden, und ihre Auflösung geschieht ziemlich einfach auf direkte Weise durch Subtraktion und Division.

Man kann sich nunmehr die umgekehrte Aufgabe stellen, nämlich: Wenn die abgeleitete Funktion f′ (x) gegeben ist, die ursprüngliche Funktion f (x) zu finden. Diese Aufgabe, welche den Gegenstand der Integralrechnung bildet, ist bedeutend schwieriger. Denn es ist klar, dass, wenn wir die abgeleiteten der bekannten Funktionen gerechnet haben und hierauf eine Form der abgeleiteten Funktion f (x) annehmen, die sich nicht unter jenen befindet, alsdann die zu ihr gehörige ursprüngliche Funktion f′ (x) sich auch nicht unter den bekannten Funktionen befinden kann, sondern eine neue Funktion sein muss. Dies ist z. B. der Fall bei

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1 + x^4}.$$

So wird die Integralrechnung eine unversiegbare Quelle zur Auffindung neuer Funktionen, die in der angewandten Mathematik zur Verwendung kommen.

Die Integralrechnung hat ebenfalls ihre geometrische Bedeutung, die anschaulich gemacht werden kann. In der Tat, es sei

$$\frac{dy}{dx} = f'(x)$$

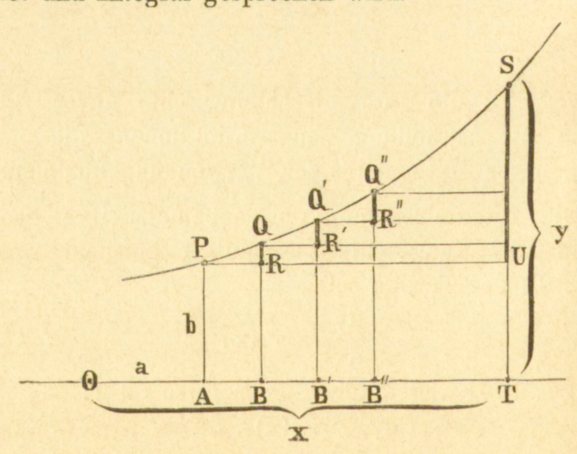
eine gegebene abgeleitete Funktion, so folgt:

$$dy = f'(x) \,.\, dx$$

Nimmt man nun für x einen beliebigen Wert a und für das zugehörige y einen Wert b an und trägt beide nach OA und AP ab, so kann man zu der Zunahme dx = AB von x die Zunahme dy = QR von y mit Hilfe obiger Gleichung rechnen. Dadurch kommt man mittelst Auftragens der beiden Zunahmen in der Figur zu einem dem Punkt P nächst gelegenen Punkt Q, dessen x = OB und y = BQ sind. Mit diesen beiden Werten und einem neuen dx = BB′ kann man aus der Gleichung ein weiteres dy und damit einen weitern Punkt Q′ bestimmen. Die Fortsetzung des Verfahrens gibt nach und nach sämtliche aufeinanderfolgende Punkte der Linie bis zu einem letzten S. Die Summe aller dy aber ist die endliche Strecke SU, d. h. die ganze Zunahme des anfänglich angenommenen Wertes b. So ist man im Stande, zu jedem beliebig angenommenen x = OT das zugehörige y = ST = b + SU zu bestimmen, und schreibt dann

$$y = b + \int dy \quad \text{oder} \quad y = b + \int f'(x).dx$$

wo $\int$ den Anfangsbuchstaben des Wortes Summe bedeutet und Integral gesprochen wird.



In der Weise ist es demnach möglich, durch Summirung ihrer unendlich kleinen Teile die ganze Grösse zu erhalten. Da nun alle Wirkungen der Naturkräfte nicht plötzlich auftreten, sondern sich aus unendlich kleinen, nach bestimmten Gesetzen gebildeten Elementen zusammensetzen, so besitzen wir in der Integralrechnung ein Mittel, um aus solchen Elementen die Gesamtwirkung zu berechnen. Hierin liegt die grosse Bedeutung der Integralrechnung.

Einige weitere Bemerkungen mögen die Darstellung vervollständigen.

Gleichwie eine Grösse y von einer Veränderlichen x abhängen kann, so kann sie auch von zwei Veränderlichen x und z abhängig sein oder von einer noch grössern Anzahl. Es gibt alsdann Differenziale von y, herrührend von den Aenderungen der einzelnen Grössen x und z, . . ., und entsprechende abgeleitete Funktionen, welche man partielle Ableitungen nennt.

Endlich sind in den Aufgaben der Geometrie, Mechanik und Physik, welche zu ihrer Auflösung der Differenzial- und Integralrechnung bedürfen, nicht immer entweder die ursprüngliche Funktion y oder die abgeleitete Funktion $\frac{dy}{dx}$ gegeben, zu der die andere gefunden werden soll, sondern es kommt auch vor — dies ist sogar meistens der Fall — dass lediglich eine durch eine Gleichung dargestellte Beziehung zwischen beiden Funktionen und ihren Ableitungen derselben gegeben ist, aus welcher man y als endliche Funktion von x bestimmen soll, z. B.

$$2x + y^2 = a \cdot \frac{dy}{dx}$$

Solche Gleichungen heissen Differenzialgleichungen. Nach dem Vorigen bedarf es keiner weiteren

Erklärung, was man unter gewöhnlichen und was unter partiellen Differenzialgleichungen zu verstehen hat.

Nachdem ich in kurzen Zügen das Feld gezeichnet habe, auf welchem Euler's Arbeiten beginnen sollten, gehe ich zu diesen selbst über. Doch werden Sie von mir nicht verlangen, auch möchte es Ihnen kaum angenehm sein, dass ich die Tätigkeit Euler's in allen seinen Werken schildere. Ist doch deren Anzahl so bedeutend, dass sie bis jetzt unerreicht dasteht. Nicht weniger als 817 Nummern enthält ihr Verzeichnis, von denen fast die Hälfte in die Jahre nach seiner Erblindung im Jahr 1766 fällt. So reich war dieses arbeitsame Leben! Es muss mir heute genügen, das Wesentliche und Charakteristische seiner Wirksamkeit zu schildern und bezüglich des übrigen die Bemerkung beizufügen, dass es keinen Zweig der Mathematik gibt, der ihm nicht die wertvollsten Bereicherungen und zum Teil prinzipale Entdeckungen verdankte.

Euler's Jugend fällt in die Zeit, in der die Begriffe der Differenzial- und Integralrechnung anfingen Gemeingut zu werden. Ich sage ausdrücklich: Begriffe. Einst nannte man sie nur Methoden. Es ist wahr, die mathematische Ausdrucksweise derselben ist in der Tat nur eine Methode, für welche auch ein anderer Ausdruck denkbar wäre. Allein diese Methode beruht auf philosophischen Begriffen, welche im Wesen der Grössen begründet sind, indem sie dieselben im Zustand des Entstehens, des Werdens betrachten. Diese Begriffe hatten keinen Raum in der Denkform der Alten, denen sie unbekannt waren, sie selbst erzeugten eine neue Denkform.

Nicht lange vor Euler's Geburt (1707) hatte Newton sein unsterbliches Werk: die mathematischen Prinzipien der Naturphilosophie (1687) veröffentlicht,

in welchem die ersten klaren Einsichten in die neuen Begriffe niedergelegt und entwickelt sind, hatte Leibnitz denselben eine bestimmte mathematische Form gegeben als Differenzialrechnung (1684) und als Integralrechnung (1687), hatte das seltene Brüderpaar Jakob I. und Johann I. Bernoulli an der Ausbildung derselben in so hervorragender Weise gearbeitet. Euler wurde das Glück zu teil, Johann Bernoulli selbst zum Lehrer zu haben und von ihm in die Begriffe und Methoden der neuen Rechnungsarten eingeführt zu werden. Er war nicht von Jugend auf an die schwerfällige alte Denkform gebunden worden, er musste sich nicht erst, wie die genannten Männer, zu den neuen Anschauungen durchringen, sondern diese wurden ihm als Angebinde für seine glänzende Laufbahn in die Wiege gelegt. Und wie hat er sie nun in sich aufgenommen und weiter geführt! Es ist für uns höchst interessant und lehrreich, zu beobachten, wie ihm seine Aufgabe von Jahr zu Jahr, ja fast von Tag zu Tag deutlicher vor Augen trat, wie er konsequent und mit klarem philosophischem Bewusstsein an der Erfüllung derselben arbeitete.

Hatten seine Vorgänger die Berechnung gewisser Grössen: der trigonometrischen Linien, der Kreisbögen, der Logarithmen mittelst unendlicher Reihen auf sukzessive algebraische Operationen in Multiplikation und Division zurückgeführt, ohne ihr eigentliches Wesen als Funktionen zu erkennen, so verdanken wir Euler den grossen Fortschritt, dass er jede Grösse y, die von einer andern Grösse x abhängt und aus ihr durch irgend eine Formel, nicht blos eine algebraische, berechnet werden kann, als Funktion von x erklärte und dadurch das Fundament zu einer allgemeinen Grössen- und Funktionenlehre legte. Von diesem erhöhten

Standpunkt aus reformirte er die ganze Analysis in allen ihren Teilen und ist als deren eigentlicher Begründer anzusehen. Das Hauptwerk, in welchem dieser Reformprozess abgeschlossen erscheint, ist seine Einleitung in die Analysis des Unendlichen (1748). Es gibt wenige Schriften, die eine gleichartige innere Freiheit und Sicherheit zeigen, die mit solcher eigenen Freudigkeit abgefasst sind, fast spielend die schwierigsten Fragen erörtern und eine Unzahl neuer Entdeckungen enthalten. Das Buch, in seinem ersten Teil die algebraische, im zweiten die geometrische Analysis enthaltend, erregte nach der Aussage von Zeitgenossen eine ungeheure Begeisterung, in ähnlicher Weise wie vor ihm Newton's Prinzipien, nach ihm Lagrange's Mechanik und Gauss' Disquisitionen. Ein solches Gefühl übernimmt jetzt noch den Leser dieses Werkes, einer reifen Frucht langjähriger Vorarbeiten.

Euler's zweite grosse Leistung in der Grössenlehre sind die Institutionen der Differenzialrechnung (1755), in denen er alles auf diesem Gebiet bis dahin Geleistete zusammenfasst und Neues beiträgt. Sie bilden das erste vollständige Lehrbuch der Differenzialrechnung und ihrer Anwendungen, zugleich den ersten Versuch, dieselbe philosophisch zu begründen. Wenn ihm dieser nicht ganz gelungen ist, so wollen wir erwägen, dass zu seiner Zeit die sogenannten strengen Denkformen der Alten noch nicht ganz aus der wissenschaftlichen Welt verschwunden waren, wie es nunmehr seit Poncelet's und Steiner's geometrischen Arbeiten der Fall ist. Euler versuchte, die neue Begriffswelt mit der alten in Einklang zu bringen, und musste mit einer derartigen Vermittelung scheitern. Ueberzeugt von der Richtigkeit der Ergebnisse und

ganz beschäftigt mit dem Vorwärtsdringen zu weiteren Entdeckungen, hatte er nicht Zeit, mit Ruhe rückwärts und um sich zu schauen. Fügen wir hinzu, dass die Lösung des Rätsels auch andern scharfsinnigen Männern seiner Zeit, wie Lagrange, nicht gelungen ist und erst einem Mathematiker des gegenwärtigen Jahrhunderts, Cauchy, vorbehalten war, obgleich wir einem hochverdienten Schweizer des vorigen, L'Huilier aus Genf, wenigstens die Aufhellung des Dunkels zuschreiben dürfen.

Schon 1763 lag ein drittes Hauptwerk Euler's druckbereit, dessen sofortige Herausgabe jedoch an dem Mangel eines Verlegers scheiterte. Es erschien erst in den Jahren 1768—70 und enthält die Institutionen der Integralrechnung. Wenn wir von Euler sonst nichts hätten, als diese grossartige Arbeit, so müssten wir ihm die Krone der Unsterblichkeit verleihen. Nicht nur fasst er darin Alles zusammen, was seine Vorgänger, seine Zeitgenossen und er selbst geschaffen hatten, sondern er fügt noch so viel Neues und Wichtiges hinzu, dass es ohne Beispiel da steht. Fast auf jeder Seite stossen wir auf neue Ein- und Ausblicke, zeigt er Proben seines reichen Geistes und Scharfsinnes. Hier gibt er uns Gelegenheit, sein innerstes Denken und seine Ziele zu erkennen. Er sagt es, was vor ihm Niemand ausgesprochen hatte, dass die Integralrechnung die eigentliche Quelle sei, aus der die Funktionen fliessen. Das ist ihm nicht nur Phrase, er hat das grosse Wort nicht nur gelassen ausgesprochen, sondern auch gehalten, indem er an Beispielen zeigt, wie die Funktionentheorie studirt werden müsse, und die dabei angewandte Methode ist mustergültig. Er macht als erster darauf aufmerksam, dass man, um eine Klasse von Funktionen zu studiren, sie zunächst auf ihre einfach-

sten Formen zurückführen und aus diesen diejenigen aussuchen müsse, welche wesentliche Verschiedenheiten aufweisen — eine Vorschrift, welche zunächst und nicht lange nachher Legendre an den elliptischen Integralen so trefflich zu befolgen verstanden hat. Euler selbst beschäftigte sich wiederholt mit diesen interessanten und für die angewandte und die theoretische Mathematik so wichtigen Funktionen. Eine andere Klasse von Funktionen, die er in seiner Integralrechnung und in einer grössern Reihe von Abhandlungen untersucht hat, bilden die beiden einander verwandten und nach ihm benannten Integrale, von denen das eine in einem besondern Fall auf die Faktorenfolge 1. 2. 3. . . n führt.

Der Integration der Differenzialgleichungen, sowohl der gewöhnlichen als der partiellen, wandte er ganz besondere Aufmerksamkeit zu und verbesserte ihre Methoden. Noch die heutigen Handbücher der Integralrechnung enthalten über die gewöhnlichen Differenzialgleichungen verhältnissmässig wenig, was nicht schon bei Euler anzutreffen wäre. Wenn er an den partiellen Differenzialgleichungen stehen bleiben musste und nicht alle ihre Geheimnisse zu ergründen im Stande war, so vergesse man nicht, dass ein Mann nicht Alles leisten kann, dass dieser eine Mann aber so viel geleistet hat, als ganze Generationen vor ihm, dass endlich auch dem grössten Geist seine Grenzen gezogen sind.

Soll ich nun noch von Euler's Verdiensten auf dem Gebiet der angewandten Mathematik reden, so will ich meinem verehrten Kollegen Hagenbach nicht vorgreifen und nur einige Arbeiten aus der Mechanik hervorheben. Nachdem Newton in seinen Prinzipien die Grundlagen der Mechanik gegeben hatte, baute sie Euler aus und veröffentlichte 1736 seine Mechanik

des Punktes, in der er die geradlinige und die krummlinige Bewegung eines Punktes im leeren Raum und im widerstehenden Mittel behandelt. Im Jahr 1744 gab er die Theorie der Bewegung der Planeten und Kometen heraus und 1765 die Theorie der Bewegung fester Körper. In dieser ist namentlich die Lehre von der Drehung der Körper in einer meisterhaften Analyse glänzend durchgeführt.

Euler verschmähte nicht sich auch Anfängern nützlich zu machen. So schrieb er 1738 auf Ersuchen der russischen Regierung eine Einleitung in die Arithmetik, welche das Zifferrechnen mit reinen und benannten Zahlen behandelt. Die Anleitung zur Algebra (1770) ist nicht nur um ihrer selbst willen berühmt, indem darin u. a. die ersten Elemente der Zahlentheorie unter dem Namen der unbestimmten Analytik gelehrt werden, sondern ebenso sehr durch die Zusätze seines scharfsinnigen Rivalen und Freundes Lagrange. Sie ist jetzt noch, nachdem eine Legion von Lehrbüchern der elementaren Algebra erschienen ist, dasjenige, das den Anfänger am leichtesten in ihre Lehren einführt.

Sämtliche Schriften Euler's, die kleinen wie die grossen, sind von einer lichtvollen Klarheit. Offen liegt sein Gedankengang da. Der Leser hat das Gefühl, dass der Verfasser so gedacht hat, wie er es vorbringt. Da ist nichts von Versteckensspielen oder geistreicher Dunkelheit anzutreffen, durch welche sich vor und nach ihm so manche unter den grossen und grössten Mathematikern auszeichnen. Man kann seine Ideen verfolgen, man sieht sie in fast selbstverständlicher Weise entstehen: So und nicht anders mussten sie werden. Diese Durchsichtigkeit war nur zu erreichen durch eine vorangegangene tiefe Analyse des zu behandelnden Gegenstandes, welche ihn den Kernpunkt finden liess, aus

dem das andere sich ableitet. Hatte er den Gipfel erklommen, von dem aus er das ganze Gebiet übersah, so kehrte er um und entwickelte mit bewundernswürdiger Leichtigkeit, mit Ueberwindung aller Hindernisse und mit einer souveränen Ueberlegenheit seine Gedanken und Rechnungen. In Euler's Werken gibt es keine Sprünge, es herrscht darin eine musterhafte systematische Ordnung, wie sie vielleicht bei keinem Andern als bei Archimedes gefunden wird. Der Leser wird förmlich mitgerissen. Als Lehrer ein Vorbild, versteht es Euler, mit den einfachsten Mitteln seinen Gedanken einen zutreffenden Ausdruck zu geben und mit zweckmässig gewählten Bezeichnungen übersichtliche Formeln zu schaffen, die nicht nur das Verständnis und die Uebersicht erleichtern, sondern wieder neue Ideen wecken. Seither im Gebrauch geblieben ist u. a. die Weise, wie er die Seiten und Winkel eines Dreiecks, in den Differenzialgleichungen die Koeffizienten der Glieder und partielle Ableitungen mit einzelnen bestimmten Buchstaben bezeichnet hat. Bekannt ist die Anekdote, wie er als Blinder einem ungebildeten Schneidergesellen seine Algebra diktirte, und dieser nach kurzer Zeit ohne andern Unterricht vollkommen im Stande war, die darin vorkommenden Rechnungen selbst zu lösen.

Aus der Art, wie Euler arbeitete, ist es erklärlich, dass sich in seinen Schriften kein sogenannter gelehrter Apparat und nur wenige Zitate finden. Er hat eben Alles aus sich selbst herausgeschaffen. Auch wenn er fremdes mitbenützte, so hat er ihm so viel eigenes bei- und eingefügt, dass es in dem neuen Gewande kaum mehr zu erkennen war. Doch wusste er Anderer Verdienste hoch zu schätzen und zu fördern. Am schönsten zeigt sich dies in solchen wichtigen Fra-

gen, in denen er selbst vorher gearbeitet hatte, ohne zu einem endgültigen Abschluss zu kommen, und einem Andern den Königsschuss lassen musste. Da weiss er dessen Anerkennung und der eigenen Bescheidenheit kaum zu genügen und übergibt neidlos und freudig seinem Mitbewerber den Kranz, wie er es dem Erfinder der Variationsrechnung, Lagrange, gegenüber in so liebenswürdiger Weise bewiesen hat. Seinem die Verdienste Anderer anerkennenden Wort gelang auch die Versöhnung der kontinentalen und der englischen Mathematiker, die seit dem erwähnten Prioritätsstreit von Newton und Leibnitz einander feindlich gesinnt waren.

So steht denn Euler da als geistiger Heros in Tugend, Arbeitskraft, Fruchtbarkeit und Scharfsinn, dem keine Aufgabe zu schwer war, der überall mit der Fackel seines Wissens und Könnens hineinleuchtete, auf allen Gebieten der mathematischen Wissenschaft Neues entdeckte, Neues schuf, als der grösste unter den Mathematikern, die unsere Stadt gezeugt hat, als der grösste unser seinen Zeitgenossen, ein viel bewunderter und verehrter Sohn unseres Landes, eine Zierde des Menschengeschlechts!

Leonhard Euler's Verdienste um Astronomie und Physik.

Vortrag

von Prof. **Ed. Hagenbach-Bischoff.**

An die ausserordentlichen Verdienste Euler's um die Förderung der Mathematik reihen sich als nöthige Ergänzung seine mannigfachen Arbeiten auf dem Gebiete der Astronomie und Physik. Euler war allerdings weder ein regelmässiger Beobachter auf der Sternwarte noch ein consequenter Experimentator im Laboratorium, und dennoch muss er in erster Linie genannt werden, wenn man die Fortschritte der Astronomie und der Physik im vorigen Jahrhundert bespricht. Bekanntlich bildet die Mathematik bei diesen Wissenschaften das wichtigste und erfolgreichste Werkzeug für die Verarbeitung der zur Erklärung der Naturerscheinungen nöthigen Vorstellungen, und desshalb haben fast alle bedeutenden Mathematiker auch an der Lösung physikalischer Probleme gearbeitet; dabei benützen die einen mehr nur die aus der Natur genommenen Aufgaben, um daran ihren mathematischen Scharfsinn zu üben, während die andern ausserdem die Erforschung und Erklärung der Naturerscheinungen als einen besonders

berechtigten Zweck auffassen, dem sie das in ihrer Hand erprobte mächtige Werkzeug zuwenden. Wir können sagen, dass das letztere in hohem Grade bei Euler der Fall war, und dass er desshalb mit vollem Recht auch als Physiker zu betrachten ist. Er ist fast auf allen Gebieten, die im vorigen Jahrhundert zu den physikalischen Wissenschaften gezählt wurden, mit seinem mathematischen Werkzeug zu Hülfe geeilt, und zwar in der allergrossartigsten und umfassendsten Weise. Man kann vielleicht sagen, dass an erfinderischer Genialität Newton und Thomas Young, an geistvoller Auffassung Leibnitz und Daniel Bernoulli, an consequenter einheitlicher Durchführung eines Gedankens Laplace und Helmholtz, an Eleganz der Behandlung Huyghens und Gauss in manchen Punkten ihn übertroffen haben, in Bezug auf die Energie, mit der er jedes an ihn herantretende Problem grossartig anpackte, und die stets frische Arbeitskraft, mit welcher er dasselbe durch alle möglichen Schwierigkeiten durchriss und nach den verschiedensten Seiten in erschöpfender Weise behandelte, steht er wohl hinter keinem zurück.

Die Arbeiten Euler's auf dem Gebiete der Astronomie und Physik sind theils selbstständige grössere Werke, theils zahlreiche Abhandlungen, die hauptsächlich in den Publikationen der Petersburger, Berliner und Pariser Akademie enthalten sind; einiges Bemerkenswerthe wurde erst nach seinem Tode von der Petersburger Akademie publiciert. Auch hat er eine ganze Reihe von Fragen aus den Gebieten der Astronomie, der physikalischen Geographie, der Physik und Philosophie in populärer Form behandelt in seinen französisch geschriebenen Briefen an eine deutsche Prinzessin; sie bilden die schriftliche Fortsetzung des Un-

terrichtes, den er der Tochter des Markgrafen von Brandenburg-Schwedt ertheilt hatte. Diese in den Jahren 1760—1762 geschriebenen, aber erst 1775 herausgegebenen Briefe sind durch die ebenso klare und anschauliche als angenehm lesbare Ausdrucksweise für alle Zeiten das Muster einer populären Schrift über Gegenstände aus der Naturlehre geworden, und manche Kapitel, wie z. B. die über die optischen Instrumente, können noch jetzt, trotz der seitherigen Umgestaltung der Wissenschaft, sehr gut die Anfänger in das richtige Verständniss des Gegenstandes einführen.

Wir besprechen zuerst die Leistungen auf dem Gebiete der Astronomie; indem ja dieser Theil der Naturlehre vor Allem auf die mathematische Behandlung angewiesen ist.

Schon die sphärische Astronomie ist Euler Dank schuldig für die zur Ausführung nöthiger Rechnungen praktische Entwicklung der trigonometrischen Formeln; und auch auf dem Gebiete der theoretischen Astronomie, welche wesentlich die Berechnung der Bahnen aus den Beobachtungen zur Aufgabe hat, ist sehr bedeutendes von Euler geleistet worden, und seine theoria motuum planetarum et cometarum kann als bahnbrechender Vorläufer der klassischen Theoria motus von Gauss betrachtet werden. Am wichtigsten sind jedoch Euler's Arbeiten auf dem Gebiete der physischen Astronomie, das heisst bei der Erklärung der Bewegungen der Himmelskörper aus den zwischen ihnen wirkenden Kräften. Newton hatte nämlich in seinen Principien gezeigt, wie dieselbe Kraft, welche als Schwerkraft auf Erden wirkt, von aller Materie ausgeht und als allgemeine Anziehungskraft mit einer dem Produkte der Massen direct und dem Quadrate der gegenseitigen Entfernung umgekehrt proportionalen Stärke den Erklärungsgrund für

die sämmtlichen Bewegungen im Weltenraume abgiebt. Der Grundgedanke war damit in voller Schärfe und Klarheit von Newton ausgesprochen, aber die Durchführung des Beweises im Einzelnen und die genaue Verwerthung zur sicheren Vorausberechnung der einzelnen Erscheinungen verlangte noch eine kolossale Arbeit; und wenn wir sehen, wie 113 Jahre nach Newton's Principien die Mécanique céleste von Laplace erschien, so dürfen wir nicht vergessen, dass zwischen dem unsterblichen Engländer und dem grossen Franzosen unser Euler war und durch kräftiges Eingreifen das Werk seinem Ziele zuführte. Die Bewegung zweier Körper zu bestimmen, die nach dem Newton'schen Gesetze auf einander wirken, gehört zu den Aufgaben, die mit Leichtigkeit in ganz allgemein gültiger Form gelöst werden können; aber die Schwierigkeiten thürmen sich sogleich zu ausserordentlicher Höhe auf, wenn statt zwei drei sich gegenseitig anziehende und frei bewegliche Körper, z. B. Sonne, Erde und Mond, vorhanden sind. Es ist diess das berühmte Problem der drei Körper, das seit Newton die bedeutendsten Mathematiker beschäftigt hat. Eine vollkommene allgemein gültige Lösung ist bis jetzt nicht gelungen, und man muss sich mit der Behandlung einzelner Fälle und oft auch mit einer annäherungsweise richtigen Lösung begnügen. Euler hat mit seiner bekannten Fertigkeit eine grosse Anzahl darauf bezüglicher Aufgaben seiner Rechnung unterworfen, die bedeutendste und grossartigste Leistung auf diesem Gebiete sind seine die Mondstheorie betreffenden Arbeiten und die sich daran anschliessenden Mondstafeln, welche die Grundlage der berühmten Tafeln von Tobias Mayer bilden. Ausserdem sind noch viele andere mit der Newton'schen Anziehungskraft in Verbindung stehende Probleme von ihm behandelt worden,

so die Anziehung der Ellipsoide, die Planetenstörungen, die Präcession der Tag- und Nachtgleichen, und die Ebbe und Fluth; für eine gründliche Arbeit über den letztgenannten Gegenstand theilte er den von der Pariser Akademie ausgesetzten Preis mit seinem Freunde und Landsmann Daniel Bernoulli und zwei andern Gelehrten. Es sei hier noch erwähnt, dass über Cometen, und zwar sowohl in Betreff der Bahnberechung als des Studiums der Beschaffenheit, über Sonnenrotation, über Landkartenzeichnung, über die Mondsatmosphäre, auf die er aus Beobachtungen schliessen zu müssen glaubte, und mehrere andere Fragen der Astronomie und mathematischen Geographie, theils gelehrte Abhandlungen, theils populäre Schriften von Euler erschienen sind, ohne dass es die Zeit erlaubt, hier näher darauf einzutreten.

Wir gehen nun über zur Physik und behandeln zuerst zwei Fragen allgemeiner Natur.

Wir können sagen, dass die Entwicklung der physikalischen Wissenschaft seit Galilei hauptsächlich darin besteht, dass ein immer grösserer Theil derselben die Anwendung der Begriffe der theoretischen Mechanik gestattete; es ist also leicht begreiflich, dass Euler, der Schöpfer der analytischen Mechanik, auch auf die Förderung der physikalischen Wissenschaft in diesem Sinne einen höchst bedeutenden Einfluss ausüben musste. Mein Vorredner hat Ihnen die Leistungen Euler's auf dem Gebiete der analytischen Mechanik deutlich dargelegt; ich werde also darauf nicht noch ein Mal eintreten, möchte aber doch noch etwas näher zusehen, wie sich Euler zu den Begriffen der Mechanik stellte, die eine hauptsächliche Verwendung in der physikalischen Wissenschaft finden.

Wenn auch nicht zuerst, so doch wesentlich durch

Galilei, Cartesius und Newton war festgestellt worden, dass ein Körper ohne einwirkende Ursache in ebendemselben Zustande verharre, das heisst, also entweder in Ruhe verbleibe oder seine Bewegung nach ebenderselben Richtung mit gleichbleibender Geschwindigkeit fortsetze; man bezeichnete diese Eigenschaft im Lateinischen mit dem Worte inertia, im Französischen mit inertie, im Deutschen mit Trägheit oder Beharrungsvermögen; Euler schlug dafür das Wort Standhaftigkeit vor. Wo nun Aenderung der Richtung oder der Geschwindigkeit einer bewegten Masse eintritt, lässt diess auf die Einwirkung einer Ursache schliessen, und diese einwirkende Ursache heisst Kraft. Der mechanische Begriff der Kraft war so schon vor Euler genau bestimmt, allein es handelte sich noch darum mit scharfer und klarer Auffassung denselben auf die verschiedenen Vorgänge der physikalischen Natur anzuwenden; und in dieser Hinsicht hat Euler sehr viel geleistet, so dass man die Einbürgerung des klaren mechanischen Kraftbegriffes in die Physik zu grossem Theile ihm zu verdanken hat.

Ein anderer sehr wichtiger Begriff ist das Maass der mechanischen Leistung, wofür man jetzt gewöhnlich den Ausdruck Energie gebraucht, ein internationaler Ausdruck, der in diesem Sinne wohl zuerst von unserem Basler Mathematiker Johannes Bernoulli in die Wissenschaft eingeführt worden ist. Leibnitz hat gezeigt, dass die Energie eines bewegten Körpers der sogenannten lebendigen Kraft, das heisst dem Produkte der Masse mit dem Quadrate der Geschwindigkeit entspreche, während Cartesius angenommen hatte, dass die Quantität der Bewegung, das heisst die Masse multipliciert mit der ersten Potenz der Geschwindigkeit als Maass der Leistung zu betrachten sei. Lange Jahre

dauerte der berühmt gewordene Streit der Cartesianer und Leibnitzianer über das wahre Maass der Kräfte, und fast jeder bedeutende Philosoph, Mathematiker oder Physiker der damaligen Zeit hat eine Abhandlung oder gar ein Buch über diese wichtige Frage geschrieben. Sie wurde auch von Euler behandelt, und bei seiner klaren Auffassung der mechanischen Begriffe musste er gleich sehen, dass aus Mangel einer deutlichen Fragestellung der Kampf vielfach ein müssiger Wortstreit (Logomachia) sei; er spricht sich über diese Frage aus in einer Abhandlung über den Stoss der Körper, wo er in äusserst klarer bahnbrechender Weise diesen für Mechanik und Physik so ausnehmend wichtigen Vorgang nach den einzelnen Seiten analysirt, so wie auch noch in einer andern erst nach seinem Tode publicierten Schrift, wo er sich auf die Seite der Leibnitzianer stellt und in schlagender Weise die Behauptungen eines der letzten Cartesianer, des Schotten Maclaurin, entkräftet. Auffallend ist, dass dieser Begriff der Energie, dessen Verwendung in der modernen Physik fast bei jeder Frage unentbehrlich geworden ist, sonst verhältnissmässig selten von Euler verwerthet wurde; in diesem Punkte unterscheidet er sich wesentlich von seinem Freunde Daniel Bernoulli, der, wie ich im vorigen Jahre bei der Bernoullifeier zu zeigen versuchte, gerade durch Verwerthung des Begriffes der Energie bei den Vorgängen in der Natur so Ausserordentliches für den Fortschritt der physikalischen Wissenschaft geleistet hat.

Die zweite allgemeine Frage, die wir der Betrachtung der einzelnen physikalischen Leistungen vorausschicken, betrifft den Aufbau der materiellen Körper. Schon seit den ältesten Zeiten stehen sich in dieser Hinsicht zwei dem ganzen Wesen nach verschiedene Anschauungen gegenüber. Die einen übertragen den

Begriff der Stetigkeit von dem Raume auf die den Raum erfüllende Materie und behaupten desshalb eine bis ins Unendliche gehende Theilbarkeit des Stoffes; die andern aber nehmen an, dass die Körper aus durch Zwischenräume getrennten einzelnen Theilchen aufgebaut seien, und dass nur die Kleinheit dieser Theilchen die unmittelbare Wahrnehmung derselben hindere. Die letztern, das heisst die, welche den Aufbau des Stoffes aus getrennten Theilen annehmen, zerfallen wieder in zwei Gruppen, in so fern die einen behaupten, dass diese kleinsten Theile wirklich die letzten nicht mehr weiter theilbaren eigentlichen elementaren Bestandtheile seien, und sie desshalb auch mit dem Namen der Atome oder Monaden bezeichnen, während die andern zwar die Annahme solcher Theilchen zur Erklärung mancher Erscheinungen, z. B. der Ausdehnung und Zusammenziehung, und zur Platzgewinnung für das Hineinlegen hypothetischer Stoffe nöthig finden, aber desshalb durchaus nicht die weitere wenigstens in Gedanken vollziehbare Theilbarkeit der Theilchen läugnen und darum auch gewöhnlich dagegen protestieren, wenn man sie als Anhänger der Atomistik bezeichnen will. Der Hauptvertreter, ja wir können fast sagen der Stifter und Urheber dieser Anschauung ist der geistreiche Cartesius, der bekanntlich die Ausdehnung als eine der Hauptgrundeigenschaften aller natürlichen Dinge hinstellte; die Materie war für ihn begrifflich ins Unendliche theilbar, in Wirklichkeit aber nur in eine endliche Zahl von Theilen auf die verschiedenste Weise getheilt; das heisst, die Körper waren aus Theilchen aufgebaut, die in Bezug auf Gestalt, Bewegung und Grösse eine ausserordentliche Mannigfaltigkeit darboten; ins Besondere wurden zur Erklärung der verschiedenen Eigenschaften der Körper gröbere die eigentliche Masse derselben bildende

Stückchen angenommen, während ausserdem eine aus ganz kleinen Theilchen bestehende Materie in verschiedenen Abstufungen der Feinheit sowohl den ganzen Weltenraum als die Zwischenräume zwischen den gröberen Stückchen ausfüllte.

Euler hat sich in der Hauptsache mit voller Entschiedenheit im bewussten Gegensatz zu Leibnitz und Wolff dieser cartesianischen Anschauung angeschlossen; er hat von Cartesius die groben absolut harten Theilchen, aus denen der Körper aufgebaut wird, angenommen und nennt sie gewöhnlich Molekeln; er verzichtete darauf, ihnen alle die Gestalten zu geben, welche die Phantasie des Cartesius für sie geschaffen hatte, sondern er nahm an, dass sie alle gleich gross und gleich dicht seien; dass also ein spezifisch schwerer Körper wie Gold im gleichen Raume mehr solcher Theilchen enthält als ein spezifisch leichterer, z. B. Wasser oder gar Luft. Die Zwischenräume zwischen diesen Theilchen nennt Euler gewöhnlich Poren, er unterscheidet offene und geschlossene, und füllt wie Cartesius diese Zwischenräume mit der feinen oder subtilen Materie an, dem gleichen Stoffe, der auch den ganzen Weltenraum erfüllt. Diesem giebt er, wie es zuweilen schon Cartesius und nachher besonders Huyghens gethan hat, den Namen Aether; in Betreff der Constitution dieses Mediums weicht Euler etwas von Cartesius ab, in so fern er dasselbe nicht aus einzelnen sehr kleinen Theilchen bestehen lässt, sondern als eine den Raum stetig erfüllende äusserst dünne und zugleich höchst elastische zusammenpressbare Flüssigkeit auffasst; sie spielt bei ihm eine grosse Rolle bei den Erscheinungen der Elasticität der Körper, und dient, wie wir noch näher sehen werden, als Erklärungsgrund für Vieles in der Lehre des Lichtes, der Wärme, des

Magnetismus und der Electricität. Diese Euler'sche Anschauung in Betreff des Aufbaus der materiellen Welt hat den grossen Vortheil der Bestimmtheit und Klarheit, sie kann desshalb auch sehr gut als Grundlage der mathematischen Behandlung dienen. In philosophischer Hinsicht möchten eher Bedenken darüber auftauchen, dass für die Constitution der ponderablen sogenannten groben Materie eine ganz andere Grundanschauung dienen muss als für den Aether. Es sei jedoch noch bemerkt, dass sich in diesem Punkte Euler in seinen vielen auf einen sehr langen Zeitraum vertheilten Arbeiten nicht immer consequent geblieben ist.

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen über die Verwerthung der Grundbegriffe der Mechanik und die Vorstellungen betreffend den Aufbau der Körper wollen wir nun noch kurz die verschiedenen Kapitel durchlaufen, um die Leistungen Euler's hervorzuheben; bei der äusserst grossen Fülle seiner Publikationen machen wir natürlich keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

In der Lehre der Schwerkraft und allgemeinen Anziehungskraft begegnen wir Euler bei verschiedenen Publikationen, wie sich das ja wohl erwarten lässt bei einem Gelehrten, der ganz besonders die theoretische Mechanik ausgebildet hat; zu dem hauptsächlich durch Huyghens gelösten Problem des physischen Pendels hat er werthvolle Ergänzungen geliefert, und das wichtige und in mancher Hinsicht auffällige Problem des Kreisels ist zuerst von ihm in richtiger Weise behandelt und gelöst worden.

Was die Kraft der allgemeinen Anziehung und somit auch die Schwerkraft betrifft, so hat Euler, wie wir schon gesehen, bei seinen Rechnungen das Newton'sche Gesetz allgemein anerkannt; allein die Kraftwirkung in die Ferne ohne materielle Vermittlung er-

schien ihm etwas unbegreifliches, und er war desshalb bemüht, dieselbe aus dem Druck des Aethers zu erklären.

In der Lehre der festen Körper hat er werthvolle Beiträge zu den Erscheinungen der Reibung gebracht; er hat unter Anderem den Begriff des Reibungscoefficienten klar definiert und den Reibungswiderstand rollender Körper einer genauen mathematischen Betrachtung unterzogen.

Aus der Lehre der flüssigen Körper hat Euler besonders die Bedingungen des stabilen Gleichgewichtes schwimmender Körper und des Widerstandes, welchen die Flüssigkeiten den sich in ihnen bewegten Körpern entgegensetzen, in gründlicher Weise untersucht und zwar in Verbindung mit den praktischen Fragen der Schiffsbaukunst in seinem berühmten Werke der Scientia navalis; dasselbe enthält in zwei grossen Quartbänden die scharfsinnige mathematische Behandlung der hier in Betracht kommenden Probleme; für Schiffsbaumeister ist das Werk zu gelehrt, ein Umstand, dem Euler durch Publikation eines zweiten mehr populären Werkes über denselben Gegenstand in französischer Sprache abzuhelfen wusste. Auch die Bewegung des Wassers in Kanälen und Röhren mit Berücksichtigung der inneren Reibung hat er seiner Alles bewältigenden Rechnung unterzogen und auch auf das für die Physiologie so wichtige Problem der Bewegung des Blutes in den Arterien angewandt.

In Betreff der Lehre des gasförmigen Zustandes sei erwähnt, dass Euler über die Beschaffenheit der atmosphärischen Luft eine sehr originelle, ich möchte fast sagen gekünstelte Hypothese aufgestellt hat, und zwar in ziemlich übereinstimmender Weise in zwei ein halbes Jahrhundert aus einander liegenden Arbeiten. Er

nahm nämlich an, dass die Lufttheilchen aus hohlen kugelförmigen Schaalen oder Krusten von Wasser bestehen, in welche concentrisch eine zweite Schaale aus Luft eingeschlossen ist, die fortwährend durch den darin eingeschlossenen und die Mitte der Kugel erfüllenden Aether in eine rotierende Bewegung versetzt wird. Aus dieser Hypothese weiss Euler mit grosser Geschicklichkeit verschiedene Sätze über den Zusammenhang von Feuchtigkeit, Temperatur und Luftdruck abzuleiten und auch eine Formel für die Abhängigkeit des Barometerstandes von der Ortshöhe zu entwickeln; für die jetzige Physik hat die bestimmte Form der Hypothese wohl keinen Werth mehr; in den Wasserkrusten mag man einen Anklang an die von den Meteorologen angenommenen Wasserbläschen erblicken; viel wichtiger sind die Beziehungen zu der jetzigen kinetischen Gastheorie und zur mechanischen Wärmetheorie, wovon später noch die Rede sein wird. — Die Lehre des Luftwiderstandes ist zu verschiedenen Zeiten von Euler behandelt worden, und er hat wesentlich zur richtigen Auffassung dieser Erscheinung beigetragen; manches darauf bezügliche findet sich in den Anmerkungen zu der Uebersetzung der Robin'schen Grundsätze der Artillerie, welche diesem Werke erst den richtigen Werth gegeben haben.

Die Lehre des Schalles oder die Akustik ist von Euler mit besonderer Vorliebe bedacht worden; seine erste in Basel gedruckte Arbeit handelt von dem Schalle. Die mathematische Lösung des Problems der Saitenschwingungen verdankt man neben Taylor, d'Alembert, Daniel Bernoulli und Lagrange hauptsächlich unserem Euler; derselbe hat auch das Problem noch erweitert für den Fall, dass die Saite nicht überall gleich dick ist, und dass sie nicht in einer Ebene sondern

nach Art des conischen Pendels schwingt. Auch die von Daniel Bernoulli behandelten transversalen Schwingungen elastischer Stäbe hat Euler noch vollständiger untersucht. Dass die Schallerzeugung mit Trommeln zuerst von dem Basler Euler einer genauen mathematischen Behandlung unterzogen wurde, mag vielleicht in uns Baslern einige stadtpatriotische Gefühle wach rufen. Auch das Tönen der Glocken hat er genau untersucht und gezeigt, wie dieses Instrument gewöhnlich keine harmonischen Obertöne hat.

Die Aufgabe der Fortpflanzung des Schalles hat Euler einer sehr einlässlichen mathematischen Behandlung unterzogen, und zwar sowohl nach einer Dimension in Röhren als nach drei Dimensionen im Raume. Bei dieser Gelegenheit leitet er aus den von ihm gefundenen Gleichungen mit voller Klarheit das Princip der Superposition der Bewegungen beim Zusammentreffen verschiedener Schallwellensysteme ab, das später als Princip der Interferenz von dem Engländer Thomas Young in so ausserordentlich fruchtbringender Weise in die Akustik und in die Optik eingeführt worden ist.

Den Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles aufzuklären ist Euler so wenig als Newton gelungen, er sah sich sogar genöthigt, eine zuerst ausgesprochene Ansicht später wieder zurück zu nehmen. Bekanntlich war es Laplace vorbehalten das Räthsel zu lösen, und erst die neuere mechanische Wärmetheorie hat die wahre tiefer liegende Ursache aufgedeckt.

Bei der Akustik müssen wir noch ganz besonders die grossen Verdienste Euler's um die Theorie der Musik erwähnen; nach dem Berichte des Biographen Fuss sind diese tiefsinnigen Untersuchungen eine Frucht der Erholungsstunden, indem er musikalische Verhält-

nisse berechnete, während er sich am Clavier den angenehmen Empfindungen der Harmonieen überliess. Auf dem Gebiete der Erklärung der Consonanzen und Dissonanzen waren die Euler'schen Untersuchungen massgebend bis neuerdings Helmholtz in seinem Buche von den Tonempfindungen über dieselben hinausgieng und den tiefern physiologischen Grund anzugeben wusste.

Wohl keinem Gebiet der Physik hat Euler in höherem Grade seine Arbeit zugewandt als der Lehre des Lichtes, der Optik; es ist diese Seite Euler's im Jahre 1869 von unserem Collegen Herrn Professor Fritz Burckhardt in einem populär geschriebenen Schulprogramm klar und übersichtlich dargestellt worden.

In der geometrischen Optik, welche den Weg der Lichtstrahlen in verschiedenen Medien verfolgt, spielt eine Hauptrolle die Linse. Dieselbe giebt von einem Gegenstande nur dann ein vollkommen scharfes Bild, wenn sämmtliche von einem Punkte ausgehende Strahlen wieder in einem Punkte vereinigt werden. Das findet nun aber nicht genau statt bei den von Kugelflächen umschlossenen Linsen, und zwar sind zwei von verschiedenen Ursachen herrührende Fehler vorhanden; der eine ist die sphärische Aberration, der Unterschied der Brennweite der Centralstrahlen und der Randstrahlen; eine Linse, welche diesen Fehler nicht hat, heisst aplanatisch; der zweite Fehler ist die chromatische Aberration, sie beruht darauf, dass die violetten und blauen Strahlen stärker gebrochen und in einen näher liegenden Brennpunkt vereinigt werden als die rothen und gelben; eine Linse, welche diesen Fehler nicht hat, heisst achromatisch. Diese beiden Fehler, die sphärische und die chromatische Aberration, hat Euler genauen mathematischen Rechnungen unterzogen. In Bezug auf die sphärische Aberration hat er die Krümmungsradien

der Linsen berechnet, welche den geringsten Fehler geben und dadurch die mathematische Grundlage zu vielen späteren ähnlichen Rechnungen gegeben. Complicierter ist die Sache für die Achromasie. Gestützt auf Newton'sche Versuche und Behauptungen hatte man angenommen, dass jede Brechung nothwendiger Weise Farbenzerstreuung nach sich ziehe, und dass somit die Herstellung einer achromatischen Linse ein Ding der Unmöglichkeit sei. Euler hingegen gieng bei seinen Betrachtungen von der Thatsache aus, dass der Schöpfer im menschlichen Auge das Problem der Achromasie gelöst habe, dass also auch die künstliche Herstellung achromatischer optischer Apparate möglich sei; durch seine Studien über die Lichttheorie wurde er zu einem bestimmten Gesetze über die Abhängigkeit der Brechbarkeit von der Farbe geführt, und daraus folgerte er, dass man durch Linsen, die nach berechneten Vorschriften aus Glas und Wasser zusammen gesetzt sind, die Achromasie erreichen könne. Angestellte Versuche führten zu keinem günstigen Resultate, und seine Behauptung von der Möglichkeit der Achromasie wurde auch von theoretischer Seite sehr bestritten, besonders von den Engländern, denen in optischen Dingen Newton als unfehlbare Autorität galt; so sprach sich unter anderem auch der berühmte englische Optiker Dollond in verschiedenen Abhandlungen gegen Euler aus. Da trat der schwedische Mathematiker Klingenstjerna mit neuen Gründen auf zu Gunsten Euler's; es war diess die Veranlassung, dass Dollond auf's Neue Versuche anstellte und dabei selbst im Jahre 1758 der Erfinder der Achromasie wurde, er, der früher so entschieden die Möglichkeit derselben Euler gegenüber geleugnet hatte. Die Herstellung der achromatischen Linse aus zwei verschiedenen Glassorten war bekannt-

lich für die Vervollkommnung der optischen Instrumente von einer unsäglich grossen Bedeutung. Wenn nun auch die Achromasie des Auges, die Euler zu der Forschung veranlasst hatte, wie neuere Untersuchungen gezeigt haben, nicht in ganz vollkommenem Grade existiert, wenn ferner der von Euler angenommene Zusammenhang von Farbe und Brechung nicht richtig war und er schliesslich die eigentliche Erfindung einem andern, sogar einem Gegner, überlassen musste, so ist es doch keine Frage, dass Euler's Untersuchung den Anstoss zu dieser höchst wichtigen Erfindung gegeben hat; denn die schon in früherer Zeit zum Beweis der Möglichkeit der Achromasie von Gregory gethanen Aussprüche und von Hall gemachten Versuche waren wieder ganz der Vergessenheit anheim gefallen. Euler hat sich nun aber nicht begnügt die einzelne Linse zu studieren, sondern er hat seine Rechnungen auf alle bei der Herstellung der optischen Instrumente, des Fernrohres, des Mikroskopes, der Laterna Magica und des Sonnenmikroskopes, wichtigen Factoren ausgedehnt, und es ist ganz unglaublich, was er auf diesem Gebiete gerechnet hat; Zeugniss davon geben seine in drei Quartbänden erschienene Dioptrik und ausserdem etwa vierzig theils umfangreiche Abhandlungen, die diesem Gebiete angehören.

Euler hat auch noch die für die Astronomie so äusserst wichtige Brechung des Lichtes in der Atmosphäre behandelt und zuerst für diesen Fall die Differentialgleichung der Curve des Lichtweges in analytischer Form dargestellt; auch der Aberration des Lichtes hat er eine Abhandlung gewidmet.

Wir gehen nun über zu den Verdiensten Euler's um die Lichttheorie.

Newton hatte angenommen, dass das Licht ein Stoff sei, der von den leuchtenden Körpern ausfliesst

oder ausgesandt wird, wesshalb seine Theorie als Emanations- oder Emissionstheorie des Lichtes bezeichnet wird. Ihm gegenüber stellte der berühmte Holländer Huyghens die Wellenlehre oder Undulationstheorie des Lichtes auf, nach welcher die Vermittlung zwischen dem gesehenen Gegenstand und dem Auge durch Wellenbewegung in einem feinen, den ganzen Weltenraum erfüllenden Medium, dem sogenannten Lichtäther, hergestellt wird. Huyghens gab nicht nur für die Gesetze der Zurückwerfung und Brechung nach seiner Theorie Beweise, die jetzt noch wegen ihrer Klarheit und Anschaulichkeit in fast gleicher Form beim Unterrichte vorgetragen werden, sondern er suchte sogar die höchst complicierte Erscheinung der Doppelbrechung im Kalkspath mit seiner Theorie in Einklang zu bringen; merkwürdiger Weise aber giebt er in seiner sonst so vielseitigen Abhandlung über das Licht keine Erklärung der Farben. Diese Lücke wurde von Euler ausgefüllt, indem er die Behauptung aufstellte, dass die verschiedenen Farben nur durch die Schwingungszahlen sich von einander unterscheiden; und zwar scheint er dabei ganz selbstständig vorgegangen zu sein und seine Anschauung hauptsächlich aus der Analogie des Schalles und des Lichtes abgeleitet zu haben; jedenfalls war es ihm unbekannt, dass sogar Newton, den er stets als den Urheber der Emissionstheorie bekämpft, einmal sich dahin ausgesprochen hatte, dass, wenn man die Undulationstheorie annehmen wolle, so müsse man dann die Farben aus den verschiedenen Schwingungszahlen erklären. Ueber das relative Verhältniss der Schwingungszahlen oder gar über die genaue absolute Grösse dieser Zahl für eine bestimmte Lichtsorte hat Euler keine sicheren Resultate erhalten, indem keine Beobachtungen ihm in dieser Hinsicht genaue Anhaltspunkte zu geben

schienen. Ich sage „schienen“; denn die Farben dünner Blättchen oder Seifenblasenfarben und die Erscheinungen der Beugung, aus denen der geniale Engländer Thomas Young einige Jahrzehnte später die Wellenlängen und Schwingungszahlen für die verschiedenen Farben genau berechnete, waren schon zu Euler's Zeiten längst bekannt und von mehreren Forschern genau studiert. Die eine der Erscheinungen, nämlich die Farben dünner Blättchen, hatte zwar Euler nach den Grundsätzen der Wellenlehre zu erklären gesucht und für die Bestimmung der relativen Werthe der Schwingungszahlen verwendet, aber er hatte, wie wir jetzt bestimmt sagen können, einen ganz falschen Weg eingeschlagen; die so äusserst interessante Erscheinung der Beugung scheint er sich nie genau angesehen zu haben. Schliesslich kann auch ein Euler nicht Alles leisten.

Es sei hier noch bemerkt, dass die von Euler nach Analogie des Mittönens gegebene Erklärung der natürlichen Farben, die auch mit seiner Betrachtung über die Seifenblasenfarben zusammenhängt, sich nach der jetzigen Wissenschaft nicht mehr halten lässt; doch hat sie ihre Verwendung gefunden bei den Theorieen der Fluorescenz und Phosphorescenz; merkwürdiger Weise hat sie Euler selbst schon auf die letztgenannte Erscheinung angewandt und dieselbe geradezu als Beweis für die Richtigkeit seiner Theorie der Körperfarben aufgeführt.

Auf die Wärme beziehen sich verhältnissmässig weniger Arbeiten von Euler; doch ist für uns sehr wichtig, dass Euler so gut wie die andern Basler Mathematiker Johannes Bernoulli, Hermann und Daniel Bernoulli als kräftige Vorläufer zu betrachten sind auf dem Gebiete der mechanischen Wärmetheorie und der damit zusammenhängenden kinetischen

Gastheorie, die in einer allerdings etwas präciseren Form erst in der Mitte unseres Jahrhunderts zum Durchbruch gelangt sind. In einer von der Pariser Akademie gekrönten Preisschrift über die Natur und Eigenschaft des Feuers spricht sich Euler deutlich dahin aus, dass die Wärme in einer Bewegung der kleinsten Theile der Körper bestehe, und dass die Strahlung ähnlich wie beim Lichte durch die Wellenbewegung des Aethers vermittelt werde; und in den schon oben erwähnten Abhandlungen über die Natur der Luft berechnet er sogar die Moleculargeschwindigkeit der Lufttheilchen; Herr Dr. E. Cherbuliez zeigt in seinem sehr verdienstlichen Programme über einige physikalische Arbeiten Euler's, wie überraschend die von ihm gefundenen Zahlen gleich lauten mit denen, die Clausius im Jahre 1857 für die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung der Molekeln der Luft angiebt; dass aber bei diesem Zusammenstimmen mehrere Zufälligkeiten mitwirken, wird wohl niemand läugnen. Eine Arbeit über die zu verschiedenen Jahreszeiten und geographischen Breiten der Erde mitgetheilte Sonnenwärme erregt unser Staunen durch die kühn durchgeführten Rechnungen, die Resultate stimmen in mancher Hinsicht nicht mit der Wirklichkeit, was offenbar von einigen der Natur nicht entsprechenden Voraussetzungen herrührt; glücklicher war unter Anderen später der Mülhauser Lambert bei der Behandlung des gleichen Gegenstandes. Auch sei noch bemerkt, dass Euler auch für die Bewegung der Luft durch die Wärme die mathematischen Formeln entwickelt und sowohl auf den Zug der Kamine als die Entstehung der Winde angewandt hat.

Wir haben nun noch zu reden von Euler's Arbeiten für die Lehre des Magnetismus und der

Electricität. Bei der Beurtheilung derselben müssen wir in Betracht ziehen, dass alle die grossen Entdeckungen von Galvani, Volta, Oersted, Ampère und Faraday über die Entstehung der electrischen Ströme und ihre Beziehungen zu einander und zum Magnetismus erst nach Euler's Tode gemacht worden sind. Analogieen von Magnetismus und Electricität waren zwar damals schon mehrere bekannt, und mehr zu naturphilosophischer Mystik angelegte Naturen haben schon seit alten Zeiten Magnetismus und Electricität in Beziehung gebracht; aber, da der eigentliche physikalische Zusammenhang damals noch ganz unbekannt war, so muss es uns nicht wundern, dass ein klarer Kopf wie Euler Magnetismus und Electricität als zwei ganz gesonderte Dinge ohne irgend welchen inneren Zusammenhang betrachtete.

Euler's Vorstellungen über den Magnetismus finden wir einlässlich entwickelt in einer ebenfalls von der Pariser Akademie gekrönten Preisschrift. Er schliesst sich da in der Hauptsache an die Cartesianische Theorie des Magnetismus an, von der jetzt gewöhnlich nur erzählt wird, wenn man ein recht drastisches Beispiel von den gekünstelten Hypothesen damaliger Zeit geben will. Euler hat allerdings die magnetische Materie, die er für einen feineren Bestandtheil des Aethers hielt, und welche die Kanäle des magnetischen Eisens und Stahles fortwährend nach einer Richtung durchsetzen und durch ihre Wirbelbewegung die magnetische Anziehung und Abstossung bewirken soll, nicht wie Cartesius aus kleinen rechts und links gewundene Schrauben darstellenden Theilchen bestehen lassen; aber die Annahme von Kanälen, die wie die Venen des menschlichen Körpers mit Klappen versehen sind, um die einseitige Bewegung der feinen Materie zu erklären, ist gewiss nicht

weniger kühn; und es fällt wirklich auf, dass Euler, der in der Erklärung der Bewegung der Himmelskörper von den Cartesianischen Wirbeln nichts wissen wollte, sondern sich entschieden zur Newton'schen Lehre bekannte, hier auf dem Gebiete des Magnetismus so vollkommen noch in den Cartesianischen Phantasieen befangen war; dieser innere psychologische Widerspruch wird begreiflich, wenn wir in Betracht ziehen, dass Euler stets vor Allem nach einer klaren, der Anwendung der Mathematik zugänglichen Anschauung strebte, und dass dabei die Vorstellung einer nach einheitlichem Plane zusammen und in einander wirkenden Natur oft etwas zu kurz kam.

Euler hat sich auch mit dem Erdmagnetismus beschäftigt; im Jahre 1743 concurrierte er bei der von der Pariser Akademie aufgestellten Preisfrage über die Bestimmung der magnetischen Inclination, musste aber den Preis Daniel Bernoulli überlassen; dieser bemerkte darauf etwas satirisch in einem Briefe an seinen einige Jahre jüngern Freund Euler: „Ich habe ersehen, dass Sie die wahre Difficultät nicht eingesehen und also derselben auch nicht abgeholfen haben". Später behandelte Euler die Declination der Magnetnadel und suchte die von Halley in seinen Karten dargestellten Resultate aus der Annahme von nur zwei Polen zu erklären; die Arbeit, die natürlich von spätern Forschungen auf diesem Gebiete und besonders den klassischen Gauss'schen Arbeiten überholt ist, behält ihren historischen Werth als der erste Versuch einer gründlichen mathematischen Behandlung dieses Gegenstandes.

Ueber die Electricität existieren keine grösseren Arbeiten Euler's, er behandelt dieselbe jedoch in seinen Briefen an eine deutsche Prinzessin, und es ist für uns interessant, dass er da die positive und negative

Electricität auf den in den Körpern verdichteten und verdünnten Aether zurückführt, eine Hypothese, welche bekanntlich auch in neuerer Zeit von einigen Forschern wieder aufgenommen worden ist.

Nachdem wir nun die verschiedenen Gebiete der theoretischen Physik durchlaufen haben, möchte ich noch besonders betonen, dass Euler auch den praktischen Aufgaben auf dem Gebiete der Mechanik und Physik seine Aufmerksamkeit mit grossem Eifer zugewandt und damit der Menschheit werthe Dienste geleistet hat. Es geht das schon aus dem hervor, was ich vorhin über die Berechnung der optischen Instrumente sagte; die nach seinen Vorschriften construierten Apparate haben sich auch praktisch gut erwiesen, und die Arbeiten Euler's bilden jetzt noch die Grundlage für die mühsamen Rechnungen, welche bei der Herstellung vollkommener Linsensysteme der praktischen Ausführung voran gehen müssen; bei den Bemühungen für die Vervollkommnung des Mikroskopes wurde Euler wesentlich von seinem Schüler und Schwiegergroßsohn, dem Basler Fuss, unterstützt. Auch von Euler's Bemühungen für den rationellen Schiffsbau und die Grundsätze der Artillerie habe ich schon gesprochen; es sei desshalb hier nur beigefügt, dass noch manche andere praktische Fragen von ihm in Angriff genommen worden sind; so sind der Schnitt der Zahnräder, das Segner'sche Wasserrad, die Construction der Dämme, die Windmühlen, die Heizeinrichtungen u. a. m. von ihm mit allen Hilfsmitteln der höheren Mathematik behandelt worden. Zu den vielen Erinnerungsfeiern des Jahres 1883 gehört auch die an die vor hundert Jahren stattgehabte Erfindung des Luftballons; Euler, der jede neue Sache gleich mit Begeisterung erfasste, hatte sich auch noch dieser in seinem Todesjahre aufgetauchten praktischen

Frage zugewandt, und die letzte Arbeit, mit welcher er seine ungewöhnlich fruchtbare Thätigkeit abschloss, bezog sich auf die Bewegung des Luftballons; eine schwere darauf bezügliche Integration war ihm gelungen, als ihn ein Schwindel überfiel, welcher der Vorläufer seines Todes war.

Nachdem ich nun so versucht habe, von der, man kann wohl sagen, gewaltigen und auch höchst erfolgreichen Thätigkeit Euler's auf den verschiedenen Gebieten des physikalischen Wissens Ihnen ein Bild zu entwerfen, werden vielleicht manche fragen: wie kommt es, dass man in den Lehrbüchern der Physik verhältnissmässig selten dem Namen Euler begegnet?

Die Antwort darauf mag den Schluss unserer Betrachtung bilden.

Wenn im gewöhnlichen Lehrbuch der Physik Naturgesetze oder Instrumente an einen bestimmten Namen geknüpft werden, so wird damit durchaus nicht immer der Mann bezeichnet, der wirklich das grösste Verdienst um die Sache hat; äussere Zufälligkeiten, wie z. B. dass einer zuerst einem Gesetz die leicht docierbare Form gegeben und in derselben veröffentlicht hat, oder dass einer ein vielleicht nicht ein Mal von ihm selbst erfundenes Instrument zuerst bei einem bekannten Mechaniker bestellt hat, und ähnliches mehr haben oft bestimmend eingewirkt, und mancher ist so leichten Kaufes zum berühmten Manne geworden, während andere mit grossen Verdiensten unberücksichtigt blieben. Nun knüpft sich, so viel ich weiss, weder ein Naturgesetz noch ein Instrument, das jeder, der studiert, zum Examen wissen muss, an den Namen Euler. Wer aber beim Studium der Wissenschaft sich nicht mit der oberflächlichen compilatorischen Literatur begnügt, sondern selbstständig den Gedankenprocess verfolgt, den die

Wissenschaft in ihrer geschichtlichen Entwicklung durchlaufen hat, der wird auf gar vielen Gebieten astronomischer und physikalischer Forschung zu einer Stelle kommen, wo durch den Eingriff Euler's mit seinem gewaltigen mathematischen Werkzeuge eine schwierige Frage auf ein Mal um einen kräftigen Rück vorwärts gebracht worden ist. Es war desshalb nur billig, dass wir heute, wo der grosse Mathematiker Euler von uns gefeiert wird, auch dessen gedachten, was er für die Physik geleistet hat.



